

EXAMEN PARTIEL DE T.M.B.

Mardi 14 Novembre 2006

Durée : 1h30.

Tout document interdit. Calculatrices interdites.

Exercice 1 :

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$z^2 + 8iz - 16 + 2i = 0.$$

Exercice 2 :

- 1) Pour quelles valeurs de x a-t'on $\arccos(\cos(3x)) = 3x$?
- 2) On considère maintenant la fonction $\arccos(\cos(3x))$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Montrez qu'elle est périodique (pour quelle période ?). Montrez qu'elle est paire.
- 3) Représentez graphiquement cette fonction.

Exercice 3 :

Trouvez les valeurs maximum et minimum atteintes par la fonction

$$\text{sh}(x^3)$$

sur l'intervalle $[-1, 2]$.

Exercice 4 :

- 1) Ecrivez la formule de Taylor à l'ordre 1 pour la fonction \ln au point $x_0 = 1$.
- 2) En déduire

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)$$

en posant $h = 1/x$.

- 3) En déduire

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x.$$

Exercice 5 :

Calculez

$$\int_{-\ln 2}^{\frac{1}{2} \ln 3 - \ln 2} \frac{1}{\sqrt{1 - e^{2x}}} e^x dx$$

en effectuant le changement de variable : $y = e^x$.