

Université Claude Bernard – Lyon 1

Année 2006/2007

Unité d'enseignement : TMB

Examen de contrôle continu du 13 novembre 2006

*Durée* : 1 heure 30.

*Appareils électroniques autorisés* : aucun.

*Documents autorisés* : aucun.

**Exercice 1.** *Nombres complexes.*

Déterminer les nombres complexes qui sont solutions de l'équation :

$$2iX^2 + (6 - 10i)X - 14 + 8i = 0.$$

On rappelle que deux polynômes proportionnels ont les mêmes racines.

**Exercice 2.** *Étude de fonctions d'une variable réelle.*

1) Étudier la fonction  $f(x) = \frac{\ln(x)^2}{x}$  ; c'est-à-dire : domaine de définition, limites aux bornes, dérivée et tableau de variation.

2) Même question avec la fonction  $f(x) = \frac{\ln(x)^3}{x}$ .

**Exercice 3.** *Calcul intégral.*

Pour chaque nombre entier  $n$  supérieur ou égal à 0, on s'intéresse à la fonction :

$$F_n(x) = \int_0^x \frac{dt}{\operatorname{ch}(t)^n}$$

1) Calculer  $F_0(x)$ , puis  $F_1(x)$  grâce au changement de variable  $u = e^t$ .

2) Exprimer la fonction dérivée  $\operatorname{th}'$  au moyen de la fonction  $\operatorname{ch}$ .

3) Pour  $n$  supérieur ou égal à 2, prouver la relation :

$$(n - 1)F_n(x) = (n - 2)F_{n-2}(x) + \frac{\operatorname{sh}(x)}{\operatorname{ch}(x)^{n-1}}.$$

On pourra faire une intégration par parties suggérée par la question précédente.

**Exercice 4.** *Trigonométrie.*

Déterminer les nombres réels  $\theta$  qui sont solutions de l'équation :

$$\frac{\sin(\theta)^2}{\cos(\theta)} - \frac{4}{\sqrt{3}}\sin(\theta) + \cos(\theta) = 0.$$