

Cours de Mastère-2 pour 2004-2005 (1er semestre)
Logique mathématique
Thomas Blossier
Bâtiment Braconnier, bureau 239, Campus de la Doua
Tél: 04 72 44 83 11
Courrier électronique: blossom@igd.univ-lyon1.fr

Théorie des modèles

La théorie des modèles est un domaine de la logique mathématique qui consiste en l'étude de classes de structures mathématiques par le biais des *ensembles définissables* dans ces structures. (Notons, par exemple, que les ensembles définissables dans un corps algébriquement clos sont les ensembles constructibles.) Cette branche de la logique a de nombreuses interactions avec l'algèbre et en particulier avec la théorie des groupes.

L'objectif de ce cours est en premier lieu d'acquérir certains outils de théorie des modèles, nécessaires à tout projet de recherche dans ce domaine. Nous étudierons donc les notions de bases suivantes: *langages, structures, extensions élémentaires, théorème de compacité, théorème de Löwenheim-Skolem, types, va et vient, élimination des quantificateurs, modèles saturés*.

En second lieu, nous aborderons des outils développés par la théorie de la stabilité ou stabilité géométrique, branche de la théorie des modèles qui est née dans les années 60-70 par la classification des structures et qui a eu en particulier des applications en géométrie algébrique ces dernières années. Diverses notions de dimensions ou rangs sur les ensembles définissables sont liées à cette classification. Nous introduirons le *rang de Morley* qui semble être l'un des plus rapides à maîtriser tout en offrant une variété de problèmes de recherche. (Ce rang généralise la dimension de Zariski en géométrie algébrique.) Nous étudierons les notions de *déviation et d'indépendance* dans ce cadre.

Nous terminerons ce cours par l'étude de certains thèmes de recherche abordés très activement par les membres du groupe de logique à l'IGD. Ces thèmes incluent les aspects purement modèle-théoriques du sujet (par exemple l'étude des *structures fortement minimales*) aussi bien que les liens avec d'autres domaines de mathématiques (l'étude des classes de groupes satisfaisant des *conditions de finitude*; interactions avec la géométrie algébrique)

Prérequis: L'ensemble des notions de logique utilisées dans ce cours seront introduites mais la connaissance de la partie du cours de logique en maîtrise, qui concerne la théorie des modèles, peut être utile.

Bibliographie:

1. B. Poizat. *Cours de Théorie des Modèles*. Nur Al-Mantiq Wal-Ma'rifah, Villeurbanne, France, 1985.
2. W. Hodges. *Model Theory*. Encyclopedia of Mathematics and its Applications 42. Cambridge University Press, 1993.
3. E. Bouscaren. *Model Theory and Algebraic Geometry* Lecture Notes in Mathematics 1696. Springer-Verlag, 1998.
(Les deux premiers chapitres uniquement : *Introduction to model theory* (E. Bouscaren); *Introduction to stability theory and Morley Rank* (M. Ziegler))