

Université Claude Bernard Lyon 1

**M1G – Géométrie**

**Contrôle continu numéro 1, mercredi 27 septembre 2017, 1 heure**

*Les documents, les calculettes et les téléphones portables sont interdits. Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction pour l'attribution d'une note.*

**Question de cours 1.** – Soit  $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$  ou  $\mathbb{R}^3$  une courbe  $C^k$ ,  $k \geq 1$ , régulière. Montrer qu'il existe un  $C^k$ -reparamétrage  $\varphi : [0, L] \rightarrow [a, b]$  tel que  $\beta = \gamma \circ \varphi$  soit paramétrée par la longueur d'arc.

**Question de cours 2.** – Soit  $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^2$  est une courbe plane paramétrée par la longueur d'arc. Énoncer les formules de Frenet pour  $\gamma$  et les démontrer.

**Un exercice de TD.** –

Pour les courbes suivantes, trouver les points singuliers et les étudier avec un développement limité, et enfin dessiner les courbes.

1. L'*astroïde*  $\gamma(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$ ,  $t \in [0, 2\pi[$ .
2. La *néphroïde*  $\gamma(t) = (3 \cos t - \cos(3t), 3 \sin t - \sin(3t)) = (6 \cos t - 4 \cos^3 t, 4 \sin^3 t)$ ,  $t \in [0, 2\pi[$ .
3. La *chaînette*  $\gamma(t) = (\ln t, t + \frac{1}{t})$ ,  $t > 0$ .

Calculer la longueur d'arc de l'astroïde entre  $t = 0$  et  $t = 2\pi$ .