

Math I Analyse, Licence STS, UCBL 2011-2012
Contrôle Continu 1 : 45 minutes

Les documents et les calculatrices sont interdits

Nom :

Prénom :

Numéro d'étudiant :

Questions de cours (5 points)

1. Donner la définition et la caractérisation de la borne inférieure d'une partie A non vide et bornée de \mathbb{R} .
2. Rappeler la définition de la suite doublement récurrente de Fibonacci.
3. Donner la définition d'un intervalle de \mathbb{R} .

Questionnaire à choix multiple (7 points)

Répondez aux questions en entourant la ou les bonnes réponses. Attention, il peut y avoir plusieurs bonnes réponses pour une seule question. Chaque bonne réponse rapporte 1 point et chaque mauvaise réponse -0.5 point.

1. Lesquels de ces nombres sont des majorants de $A =]-1, 3[\cup]4, 5] \cup \{5 + \frac{1}{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$?

(a) 6 (b) 3 (c) $\sqrt{37}$.

2. Lesquels de ces nombres sont des éléments maximaux de $B = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 < 9\}$?

(a) 3 (b) 9 (c) il n'y a pas d'élément maximal.

3. Quelles sont les parties de \mathbb{R} qui admettent 2 comme borne supérieure ?

(a) $\{x \in \mathbb{R} : -10 < x \leq 1,99999\}$ (b) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 > 0\}$ (c) $\left\{ \frac{4}{n+2} : n \in \mathbb{N} \right\}$.

4. Soit C une partie non vide de \mathbb{R} . Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (a) Si $\max C = 1$ alors $\sup C = 1$.
- (b) Si $\sup C = 1$ alors $\max C = 1$.
- (c) Si $\sup C = 1$ alors $\max C < 1$.
- (d) Si C est borné alors $\sup C > 0$.

5. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) $\exists x > 0, \quad E(x) < E(x+0,5)$ (b) $\forall x > 0, \quad E(x) < E(x+0,5)$ (c) $\forall x < 0, \quad x^4 \geq 5x^5$.

Exercice (8 points)

1. Montrer que pour tout entier $n \geq 1$, $0 < (6 - \sqrt{35})^n < 1$.

2. Soit n un entier naturel non nul. A l'aide de la formule du binôme de Newton, déterminer le coefficient a_k ($0 \leq k \leq n$) vérifiant l'identité

$$(6 + \sqrt{35})^n + (6 - \sqrt{35})^n = \sum_{k=0}^n a_k 6^{n-k}.$$

3. Dédurre de la question 2 que, pour tout entier $n \geq 1$, $(6 + \sqrt{35})^n + (6 - \sqrt{35})^n$ est un entier pair.

4. Dédurre de 1. et 3. que la partie entière de $(6 + \sqrt{35})^n$ est impaire, pour tout entier $n \geq 1$.