

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 2 – Jeudi 25 novembre 2010

Règlement – L'épreuve dure 20 minutes.

Il est interdit d'utiliser des calculatrices et de consulter des notes.

Les téléphones portables doivent être éteints.

Entre parenthèses est indiqué le barème sur 20 points.

La **fonction gaussienne** est la fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$$

pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Question 1 – Trouver la limite de f pour $\|(x, y)\|^2 = x^2 + y^2 \rightarrow +\infty$. [0,5 points]

Question 2 – Calculer la valeur de f en $(x, y) = (0, 0)$. [0,5 points]

Question 3 – Calculer le gradient de f en tout point (x, y) de \mathbb{R}^2 . [2 points]

Question 4 – Calculer la différentielle de f en $(0, 1)$. [2 points]

Question 5 – Calculer la Hessienne de f en tout point (x, y) de \mathbb{R}^2 . [3 points]

Question 6 – Trouver les points critiques de f et, s'il y en a, dire s'ils sont des points de minimum ou maximum local, ou des points col. [5 points]

Question 7 – Ecrire le développement de Taylor de f à l'ordre 2 autour du point $(0, 0)$. [3 points]

Question 8 – Dessiner le graphe de f autour du point $(0, 0)$. [1 point]

Question 9 – Ecrire le développement de Taylor de f à l'ordre 2 autour du point $(1, 1)$. [3 points]

Question 10 [Facultative] – Dessiner le graphe de f sur tout \mathbb{R}^2 . [+ 2 points au-delà de 20]