Université Claude Bernard Lyon 1 **PCSI L1 - UE Math 2**

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 3 – 17 décembre 2010

Règlement – L'épreuve dure 30 minutes. Il est interdit d'utiliser des calculatrices et de consulter des notes. Les téléphones portables doivent être éteints. Seule la feuille des réponses doit être rendue.

Question 1.– La divergence du champ de vecteurs $\vec{V}(x,y,z) = e^{xy}\,\vec{i} + x^2z^2\,\vec{j} + yz\,\vec{k}$ de $\mathbb{R}^3$ est

(a) $xye^{xy}\,\vec{i} + 2xz\,\vec{j} + xz\,\vec{k}$ (b) $ye^{xy}\,\vec{i} + y\,\vec{k}$ (c) $ye^{xy} + y$ (d) $e^{xy} + y$

Question 2.– Le rotationnel du champ de vecteurs $\vec{V}$ de la question 1 est

(a) $z - 2x^2z - xe^{xy}$ (b) $\big(z - 2zx^2\big)\,\vec{i} + \big(2xz^2 - e^{xy}\big)\vec{k}$

(c) $\big(z - 2x^2z\big)\,\vec{i} + \big(2xz^2 - xe^{xy}\big)\,\vec{k}$ (d) $\big(2xz^2 - xe^{xy}\big)\,\vec{i} + z\,\vec{k}$

Question 3.– Le champ de vecteurs $\vec{V}(x,y) = \Big(y\cos(xy) + \sin(x)\Big)\,\vec{i} + \Big(x\cos(xy) - \sin(y)\Big)\,\vec{j}$ de $\mathbb{R}^2$, est-il un champ de gradients ?

(a) oui (b) non

Question 4.– Le potentiel scalaire du champ de vecteurs $\vec{V}(x,y) = \Big(\ln(\frac{x}{y}) + 1\Big)\,\vec{i} - \frac{x}{y}\,\vec{j}$ de $]0,+\infty[\times]0,+\infty[$ est

(a) $\ln(\frac{x}{y}) + x$ (b) $x\ln(\frac{x}{y})$ (c) $\ln(\frac{x}{y}) + x - \frac{x}{y^2}$

(d) ce champ n'a pas de potentiel scalaire

Question 5.– La portion du plan du 1er quadrant comprise entre la première bissectrice des axes, l'axe $\vec{Oy}$ et la courbe d'équation $y = 2 - x^2$ est l'ensemble des $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ tels que

(a) $0 \leq x \leq 1$ et $x \leq y \leq 2$ (b) $0 \leq x \leq 1$, $x \leq y \leq 1$ et $y = 2 - x^2$

(c) $0 \leq x \leq 1$ et $x \leq y \leq 2 - x^2$ (d) $0 \leq x \leq 1$ et $0 \leq y \leq 2 - x^2$

Question 6.– L'aire du domaine $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad -1 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 - x^2\right\}$ est

(a) $\displaystyle\int_D dx$ (b) $\displaystyle\iint_D (1-x^2)\, dx\, dy$ (c) $\displaystyle\int_{-1}^{1}\left(\int_0^{1-x^2} dy\right) dx$ (d) $\displaystyle\int_{-1}^{1}\left(\int_0^{1} (1 - x^2)\, dx\right) dy$

Question 7.– L'intégrale sur le demi-disque unité $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad 0 \leq y, \quad x^2 + y^2 \leq 1\right\}$ de la fonction $f(x, y) = xy$ est

(a) $\displaystyle\left(\int_D x\, dx\right)\left(\int_D y\, dy\right)$

(b) $\displaystyle\iint_D (x^2 + y^2)\, dx\, dy$

(c) $\displaystyle\int_{-1}^{1}\left(\int_0^{\sqrt{1-x^2}} xy\, dy\right) dx$

(d) $\displaystyle\int_0^{1}\left(\int_0^{1} xy\, dy\right) dx$

Question 8.– L'intégrale sur le domaine $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad 0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 2 - x\right\}$ de la fonction $f(x, y) = y$ vaut

(a) $\dfrac{4}{3}$ (b) $-\dfrac{5}{6}$ (c) $\dfrac{5}{3}$ (d) $-\dfrac{2}{3}$

Question 9.– L'intégrale de $f(x, y, z) = x + y + z$ sur le domaine $D = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$ de $\mathbb{R}^3$ vaut

(a) $\dfrac{1}{8}$ (b) 1 (c) $\dfrac{3}{2}$ (d) $\dfrac{1}{2}$

Université Claude Bernard Lyon 1 **PCSI L1 - UE Math 2**

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 3 – RÉPONSES

Date : 17/12/2010 **Numéro étudiant :**

NOM : **Prénom :**

Questions	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Vos réponses									

Question 10.– Donner la définition du Laplacien Δf d'une fonction de trois variables, $f(x, y, z)$.

Réponse :