

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 3 - 13 décembre 2011

Règlement – L'épreuve dure une heure. Les calculatrices sont interdites, les deux fiches distribuées en cours sont admises. Les téléphones portables doivent être éteints. Seule la feuille des réponses doit être rendue.

Question 1 – La divergence du champ de vecteurs $\vec{V}(x, y, z) = (z - x) \vec{i} - (y + z) \vec{j} + x \vec{k}$ de \mathbb{R}^3 vaut

- (a) $-x - y$ (b) -2 (c) 0 (d) $-\vec{i} - \vec{j}$ (e) $-x \vec{i} - y \vec{j}$

Question 2 – La divergence du champ de vecteurs $\vec{V}(x, y, z) = \frac{1}{x^2} \vec{i} + \frac{y}{x^3} \vec{j} - \frac{z}{x^3} \vec{k}$ de \mathbb{R}^3 vaut

- (a) $\frac{x + y - z}{x^3}$ (b) $\frac{2}{x^3}$ (c) $-\frac{2}{x^3}$ (d) 0 (e) $-\frac{2}{x^3} \vec{i} + \frac{1}{x^3} \vec{j} - \frac{1}{x^3} \vec{k}$

Question 3 – Le rotationnel du champ de vecteurs \vec{V} de la question 1 vaut

- (a) 0 (b) 1 (c) \vec{i} (d) $-\vec{i}$ (e) $\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

Question 4 – Le champ de vecteurs $\vec{V}(x, y, z) = (2xy + 3z) \vec{i} + x^2 \vec{j} - 3x \vec{k}$ de \mathbb{R}^3 , est-il un champ de gradient ?

- (a) oui (b) non

Question 5 – Le champ de vecteurs $\vec{V}(x, y, z) = z e^y \vec{i} + xz e^y \vec{j} + x e^y \vec{k}$ de \mathbb{R}^3 , est-il un champ de gradient ?

- (a) oui (b) non

Question 6 – Le champ de vecteurs $\vec{V}(x, y, z) = (2x + y) \vec{i} + (x - z) \vec{j} + y \vec{k}$ de \mathbb{R}^3 , est-il un champ de gradient ?

- (a) oui (b) non

Question 7 – Le potentiel scalaire du champ de vecteurs $\vec{V}(x, y, z) = z \vec{i} - \vec{j} + x \vec{k}$ de \mathbb{R}^3 est

- (a) $xz + y$ (b) $xz - y$ (c) $z - 1 + x$ (d) $xz + y + 1$
 (e) aucune des fonctions précédentes

Question 8 – Le potentiel scalaire du champ de vecteurs $\vec{V}(x, y, z) = y^2 \vec{i} + 2xy \vec{j} - \vec{k}$ de \mathbb{R}^3 est

- (a) $xy^2 + z + 1$ (b) $y^2 + 2xy + 1$ (c) $2xy^2 + z$ (d) $xy^2 + 1$
 (e) aucune des fonctions précédentes

Question 9 – Le potentiel scalaire du champ de vecteurs $\vec{V}(x, y, z) = \ln y \vec{i} + \frac{x}{y} \vec{j} + \vec{k}$ de \mathbb{R}^3 est

- (a) $\ln(xy) + z$ (b) $\ln y + \frac{x}{y} + 1$ (c) $x \ln y + z$ (d) $x \ln y + 1$
 (e) aucune des fonctions précédentes

Question 10 – La portion du plan comprise entre la droite d'équation $y = 2x + 1$ et la courbe d'équation $y = (x - 1)^2$ est l'ensemble des $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tels que

- (a) $0 \leq x \leq 4$ et $2x + 1 \leq y \leq (x - 1)^2$ (b) $0 \leq x \leq 1$ et $2x + 1 \leq y \leq (x - 1)^2$
(c) $0 \leq x \leq 4$ et $(x - 1)^2 \leq y \leq 2x + 1$ (d) $0 \leq x \leq 1$ et $(x - 1)^2 \leq y \leq 2x + 1$

Question 11 – La portion du plan comprise entre la droite d'équation $2x + y = 1$, l'axe Ox et l'axe Oy est l'ensemble des $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tels que

- (a) $0 \leq y \leq 1$ et $0 \leq x \leq \frac{1 - y}{2}$ (b) $0 \leq x \leq 1$ et $0 \leq y \leq 1$
(c) $0 \leq y \leq 2$ et $0 \leq x \leq \frac{1 - y}{2}$ (d) $0 \leq x \leq 1$ et $0 \leq y \leq 1 - 2x$

Question 12 – L'aire du domaine $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3x^2 + 1\}$ est

- (a) $\int_0^2 3x^2 dx + \int_0^{13} dy$ (b) $\iint_D (3x^2 + 1) dx dy$
(c) $\int_0^{13} \left(\int_0^2 (3x^2 + 1) dx \right) dy$ (d) $\int_0^2 \left(\int_0^{3x^2 + 1} dy \right) dx$

Question 13 – L'intégrale sur le domaine $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$ de la fonction $f(x, y) = x + y$ est

- (a) $\int_0^1 \left(\int_0^1 x^2 (x + y) dy \right) dx$ (b) $\int_0^1 \left(\int_0^{x^2} (x + y) dy \right) dx$
(c) $\int_0^1 x dx + \int_0^{x^2} y dy$ (d) $\int_0^1 \left(x + \int_0^{x^2} y dy \right) dx$

Question 14 – L'intégrale sur le domaine $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$ de la fonction $f(x, y) = x^2 y$ vaut

- (a) $\frac{1}{10}$ (b) $\frac{1}{12}$ (c) $\frac{1}{14}$ (d) $\frac{1}{16}$

Question 15 – L'intégrale sur le domaine $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 1 + y\}$ de la fonction $f(x, y) = x - y$ vaut

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{3}$

Question 16 – Si C^+ est la portion de courbe d'équation $x = y^3$, orientée par y allant de 0 à 2, l'intégrale curviligne $\int_{C^+} (x dy + y dx)$ vaut

- (a) 8 (b) 12 (c) 16 (d) 24

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 3 – RÉPONSES

Date : 13/12/2011	Numéro étudiant :
NOM :	Prénom :

Questions	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Réponses																

Question 17 – Donner la définition du potentiel scalaire d'un champ de vecteurs \vec{V} de \mathbb{R}^3 .

Réponse :

Question 18 – Donner la définition du volume d'un sous-ensemble borné D de \mathbb{R}^3 .

Réponse :

Question 19 – Énoncer le théorème de Fubini pour $\iint_D f(x, y) dx dy$, où $D = [a, b] \times [c, d]$.

Réponse :