

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 3 – Jeudi 12 décembre 2013

Règlement – L'épreuve dure 1 heure. Les calculatrices sont interdites, les deux fiches distribuées en cours sont admises. Les téléphones portables doivent être éteints. Entre parenthèses est indiqué le barème sur 20 points.

Exercice 1 [3 points] – Dessiner le champ de vecteurs du plan

$$\vec{V}(x, y) = x \vec{i} - y \vec{j}$$

aux points

$$\begin{pmatrix} (-1, 1) & (0, 1) & (1, 1) \\ (-1, 0) & (0, 0) & (1, 0) \\ (-1, -1) & (0, -1) & (1, -1) \end{pmatrix} .$$

Exercice 2 [4 points] – Pour quelle fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, le champ de vecteurs

$$\vec{V}(x, y, z) = f(x) \vec{i} - xy \vec{j} - z \vec{k}$$

a-t-il divergence nulle ?

Exercice 3 [5 points] – Lequel des deux champs de vecteurs

$$\vec{U}(x, y, z) = (2xy^2 - z^3) \vec{i} + 2x^2y \vec{j} + 3xz^2 \vec{k}$$

et

$$\vec{V}(x, y, z) = (2xy^2 - z^3) \vec{i} + 2x^2y \vec{j} - 3xz^2 \vec{k}$$

est-il un champ gradient ? Pour celui-ci, trouver le potentiel scalaire $f(x, y, z)$.

Exercice 4 [4 points] – Trouver l'aire du domaine D du plan compris entre les axes $x = 0$, $y = 0$ et la courbe d'équation cartésienne $y = 1 - x^3$.

Exercice 5 [4 points] – Trouver la masse totale du cube $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$ ayant densité de masse

$$\mu(x, y, z) = xy^2z^3.$$