CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 4 - 12 décembre 2013

Règlement – L'épreuve dure 45 minutes. Les calculatrices sont interdites, les deux fiches distribuées en cours sont admises. Les téléphones portables doivent être éteints. Seule la feuille des réponses doit être rendue.

Question 1 – La divergence du champ de vecteurs $\vec{V}(x,y,z) = (x^2+y^2)\ \vec{i} - xz\ \vec{k}$ vaut

(a) 0 (b) x (c) y (d) z (e) $2x\ \vec{i} - x\ \vec{k}$

Question 2 – La divergence du champ rotationnel $\vec{V}(x,y,z) = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,(y^2\ \vec{i})$ vaut

(a) y^2 (b) $2y$ (c) 0 (d) $-2y\ \vec{i}$ (e) $2y\ \vec{i}$

Question 3 – Le rotationnel du champ de vecteurs $\vec{V}(x,y,z) = z^3\ \vec{j}$ vaut

(a) $3z^2\ \vec{k}$ (b) $-3z^2\ \vec{j}$ (c) $\vec{0}$ (d) $3z^2\ \vec{i}$ (e) $-3z^2\ \vec{i}$

Question 4 – Le champ de vecteurs $\vec{V}(x,y,z) = \dfrac{1}{x}\ \vec{i} + \dfrac{1}{y}\ \vec{j} + \dfrac{1}{z}\ \vec{k}$, est-il un champ de gradient ?

(a) oui (b) non

Question 5 – Le champ de vecteurs $\vec{V}(x,y,z) = \dfrac{1}{y}\ \vec{i} + \dfrac{1}{z}\ \vec{j} + \dfrac{1}{x}\ \vec{k}$, est-il un champ de gradient ?

(a) oui (b) non

Question 6 – Le champ de vecteurs $\vec{V}(x,y,z) = y\ \vec{i} + x\ \vec{j} + 2z\ \vec{k}$, est-il un champ de gradient ?

(a) oui (b) non

Question 7 – Le potentiel scalaire du champ de vecteurs $\vec{V}(x,y,z) = y^2\ \vec{i} + 2xy\ \vec{j} + 3z^2\ \vec{k}$ est

(a) $y^2+2xy+3z^2$ (b) xy^2+xy+z^3 (c) $2xy^2-xy+z^3$ (d) xy^2+z^3

(e) ce champ n'a pas de potentiel scalaire

Question 8 – Le potentiel scalaire du champ de vecteurs $\vec{V}(x,y,z) = 2x\ \vec{i} + x\ \vec{j} - 2z\ \vec{k}$ est

(a) x^2-xy-z^2 (b) x^2+xy-z^2 (c) x^2+x-z^2+1 (d) $2xy-z^2$

(e) ce champ n'a pas de potentiel scalaire

Question 9 – Le rectangle compris entre les axes Ox, Oy et les droites d'équation $x = 2$, $y = 3$ est l'ensemble des $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tels que

(a) $x \geq 0,\, y \geq 0 \quad \text{et} \quad 2 \leq xy \leq 3$

(b) $0 \leq x \leq y \leq 6$

(c) $x \geq 0,\, y \geq 0 \quad \text{et} \quad xy \leq 6$

(d) $0 \leq x \leq 2 \quad \text{et} \quad 0 \leq y \leq 3$

Question 10 – La portion du plan du 1er quadrant comprise entre les courbes d'équations $y = x^3$ et $y = 4x$ est l'ensemble des $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tels que

(a) $0 \leq x \leq 2 \quad \text{et} \quad x^3 \leq y \leq 4x$

(b) $0 \leq x \leq 1 \quad \text{et} \quad x^3 \leq y \leq 4x$

(c) $0 \leq x \leq 2 \quad \text{et} \quad 4x \leq y \leq x^3$

(d) $0 \leq x \leq 1 \quad \text{et} \quad 4x \leq y \leq x^3$

Question 11 – L'aire du domaine $D = \Big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \quad 0 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq y \leq x^2 + 1\Big\}$ est

(a) $\displaystyle\int_0^3 x^2\, dx + \int_0^{10} dy$

(b) $\displaystyle\iint_D (x^2 + 1)\, dx\, dy$

(c) $\displaystyle\int_0^{10} \left(\int_0^3 (x^2 + 1)\, dx\right) dy$

(d) $\displaystyle\int_0^3 \left(\int_0^{x^2+1} dy\right) dx$

Question 12 – L'intégrale de la fonction $f(x, y) = x^2 + y$ sur le domaine $D = \Big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2,\ 0 \leq y \leq 5 - x^2\Big\}$ est

(a) $\displaystyle\int_0^2 \left(\int_0^1 x^2(x^2 + y)\, dy\right) dx$

(b) $\displaystyle\int_0^2 \left(\int_0^{5-x^2} (x^2 + y)\, dy\right) dx$

(c) $\displaystyle\int_0^2 x^2\, dx + \int_0^{5-x^2} y\, dy$

(d) $\displaystyle\int_0^2 \left(x^2 + \int_0^{5-x^2} y\, dy\right) dx$

Question 13 – L'intégrale de la fonction $f(x, y) = x^2 - y^3$ sur le domaine $D = [0, 2] \times [0, 1]$ vaut

(a) $\dfrac{31}{12}$ (b) $\dfrac{29}{12}$ (c) $\dfrac{5}{2}$ (d) $\dfrac{1}{12}$

Question 14 – L'intégrale de la fonction $f(x, y) = xy^2$ sur le domaine $D = \Big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 1,\ 0 \leq x \leq 1 - y\Big\}$ vaut

(a) $\dfrac{1}{6}$ (b) $\dfrac{1}{30}$ (c) $\dfrac{31}{60}$ (d) $\dfrac{1}{60}$

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 3 – RÉPONSES

Date : 12/12/2013 **Numéro étudiant :**

NOM : **Prénom :**

Questions	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	14	15	16
Réponses														

Question 15 – Donner la définition du potentiel scalaire d'un champ de vecteurs $\vec{V}$ de $\mathbb{R}^3$.

Réponse :

Question 16 – Donner la définition du volume d'un sous-ensemble borné D de $\mathbb{R}^3$.

Réponse :

Question 17 – Enoncer le théorème de Fubini pour $\iint_D f(x,y)\ dx\ dy$, où $D = [a,b] \times [c,d]$.

Réponse :