Université Claude Bernard Lyon 1 **PCSI L1 - UE Math 2**

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 3 – Jeudi 24 avril 2014

Règlement – L'épreuve dure 45 minutes.
Les calculatrices sont interdites. Il est admis de consulter les fiches distribuées en cours et des notes personnelles qui tiennent sur une page recto-verso. Les téléphones portables doivent être éteints.

Entre parenthèses est indiqué le barème sur 20 points.

Exercice 1 [**5 points**] – Donner la partie principale du développement de Taylor à l'ordre 2 de la fonction

$$f(x,y) = \ln(x + y^2 + 1),$$

au point $(0,0)$.

Exercice 2 [**7 points**] – Trouver les points critiques de la fonction

$$f(x,y) = x^2(y^2 - 1) - 2y,$$

et déterminer, si possible, s'ils sont des extrema locaux ou des points cols.

Exercice 3 [**2 points**] – Calculer la divergence du champ de vecteurs

$$\vec{V}(\rho,\theta,z) = \rho z\ \vec{e}_\rho + \rho^2\theta\ \vec{e}_\theta + \theta z\ \vec{k}.$$

Exercice 3 [**5 points**] – Calculer le rotationnel des deux champs de vecteurs

$$\vec{U}(x,y,z) = 2xz\ \vec{i} + z^3\ \vec{j} + (x^2 - 2yz)\ \vec{k}$$
$$\vec{V}(x,y,z) = 2xz\ \vec{i} - z^2\ \vec{j} + (x^2 - 2yz)\ \vec{k}.$$

Lequel des deux est-il un champ gradient ?
Pour celui-ci, trouver le potentiel scalaire $f(x,y,z)$ (au sens mathématique, avec signe $+$).