

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 3 – Vendredi 25 avril 2014

Règlement – L'épreuve dure 45 minutes. Les calculatrices sont interdites. Il est admis de consulter les fiches distribuées en cours et des notes personnelles qui tiennent sur une page recto-verso. Les téléphones portables doivent être éteints. Entre parenthèses est indiqué le barème sur 20 points.

Exercice 1 [5 points] – Donner la partie principale du développement de Taylor à l'ordre 2 de la fonction

$$f(x, y) = \ln(x^2 + 2y + 1),$$

au point $(0, 0)$.

Exercice 2 [7 points] – Trouver les points critiques de la fonction

$$f(x, y) = (x^2 - 4)(y^2 - 1) - 4x$$

et déterminer, si possible, s'ils sont des extrema locaux ou des points cols.

Exercice 3 [2 points] – Calculer la divergence du champ de vecteurs

$$\vec{V}(r, \theta, \varphi) = r\theta \vec{e}_r + r\theta \vec{e}_\theta + r \cos \varphi \vec{e}_\varphi.$$

Exercice 4 [6 points] – Calculer le rotationnel des deux champs de vecteurs

$$\begin{aligned}\vec{V}(x, y, z) &= yz^2 \vec{i} + xz \vec{j} + (2xyz - x) \vec{k} \\ \vec{U}(x, y, z) &= (yz^2 - z) \vec{i} + xz^2 \vec{j} + (2xyz - x) \vec{k}.\end{aligned}$$

Lequel des deux est-il un champ gradient ?

Pour celui-ci, trouver le potentiel scalaire $f(x, y, z)$ (au sens mathématique, avec signe +).