CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 2 – Mercredi 18 mars 2015

Règlement – L'épreuve dure 1 heure. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints.

Il est admis de consulter des notes personnelles qui tiennent sur une page recto-verso.

Entre parenthèses est indiqué le barème sur 20 points.

Exercice 1 **[6 points]** – La quantité de chaleur W dégagée par effet Joule dans une résistance R (ohms) où circule un courant électrique d'intensité I (volts) pendant un temps t (secondes) est donnée par la fonction de trois variables

$$W(R, I, t) = R\,I^2\,t, \qquad \text{avec } R \geq 0,\ I \geq 0 \text{ et } t \geq 0.$$

1. Calculer les dérivées partielles de W en tout point. [3 points]
2. Écrire le gradient de W en tout point. [1 point]
3. Écrire la différentielle de W en tout point. [1 point]
4. Calculer la différentielle de W quand $R = 2$ ohms, $I = 300$ volts et $t = 20$ secondes. [1 point]

Exercice 2 **[6 points]** – Soit $h : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ la fonction définie par

$$h(x, y, z) = \left(x^2 z, \frac{x}{y}\right).$$

1. Trouver le domaine D_h de cette fonction. [2 points]
2. Calculer la matrice jacobienne de h en tout point (x, y, z) de D_h. [4 points]

Exercice 3 **[8 points]** – Soit $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction différentiable sur le domaine $D = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y \neq 0\big\}$, avec dérivées partielles

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \frac{2y}{(x + y)^2} \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = -\frac{2x}{(x + y)^2}.$$

1. Pour tout $\rho > 0$ et $\varphi \in [0, 2\pi[$ tel que $\varphi \neq 3\pi/4$ et $\varphi \neq 7\pi/4$, soit

   $$F(\rho, \varphi) = f\left(\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi\right)$$

   l'expression de f en coordonnées polaires.
   Calculer les dérivées partielles $\dfrac{\partial F(\rho, \varphi)}{\partial \rho}$ et $\dfrac{\partial F(\rho, \varphi)}{\partial \varphi}$ de F. [5 points]

2. Pour tout $t > 0$, soit $G(t) = f\left(t, t^3\right)$. Calculer la dérivée $G'(t)$. [3 points]