

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 5 – Mercredi 3 juin 2015

Règlement – L'épreuve dure 1 heure et demi. Les calculatrices sont interdites. Il est admis de consulter les fiches distribuées en cours et des notes personnelles qui tiennent sur une page recto-verso. Les téléphones portables doivent être éteints. Entre parenthèses est indiqué le barème sur 20 points.

Exercice 1 [4 pts] – Écrire le développement de Taylor à l'ordre 2 au point $(0, 0)$ de la fonction

$$f(x, y) = \frac{\ln(1+x)}{1+y}.$$

Exercice 2 [4 pts] – Calculer la circulation du champ de vecteurs

$$\vec{V}(x, y) = x\vec{i} - y\vec{j}$$

le long du cycloïde γ paramétré par

$$\gamma(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t), \quad t \in [0, 2\pi].$$

* **Bonus – 1pt** pour le dessin du cycloïde γ .

Exercice 3 [3 pts] – Calculer la circulation du champ électrique

$$\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r^2} \vec{e}_r$$

le long d'une courbe γ qui joint le point $A(5, 0, 0)$ au point $B(0, 5, 0)$, en sachant que le champ \vec{E} est conservatif et a comme potentiel (au sens physique) le champ $\phi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r}$, c'est-à-dire que $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\phi$.

Exercice 4 [6 pts] – Calculer le flux du champ de vecteurs

$$\vec{V}(x, y, z) = z^2\vec{i} - z\vec{j} + x\vec{k}$$

à travers le parabolöide S paramétré par

$$f(u, v) = (u, v, uv), \quad u, v \in [0, 1].$$

Exercice 5 [3 pts] – En utilisant le théorème de Gauss, calculer le flux du champ magnétique

$$\vec{B}(\rho, \varphi, z) = \frac{\mu I}{2\pi} \frac{1}{\rho} \vec{e}_\varphi,$$

produit par un câble électrique droit où passe un courant d'intensité constante I , à travers une bouteille fermée posée à côté du câble (la surface de la bouteille est considérée fermée).