

**EXAMEN DE RATRAPAGE
TECHNIQUES MATHÉMATIQUES DE BASE
LICENCE 1ère ANNÉE**

Lundi 26 juin 2006. Durée de l'épreuve : 1h30

Il est interdit d'utiliser des calculatrices.
Il est admis de consulter le polycopié ou des notes personnelles.

Exercice 1 (Fonctions circulaires réciproques). Pour tout $x \in]0, 1]$, soit

$$f(x) = \arcsin(2x - 1) + 2 \arctan \sqrt{\frac{1-x}{x}}.$$

1) Calculer $f(1)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

2) Pourquoi f est continue sur $]0, 1]$?
Pourquoi f est dérivable sur $]0, 1[$?

3) Pour tout $x \in]0, 1]$, soit $u(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$. Vérifier que

$$u'(x) = -\frac{\sqrt{x}}{2x^2\sqrt{1-x}}.$$

Montrer que pour tout $x \in]0, 1[$ on a $f'(x) = 0$.

4) Dédurre que $f(x) = \frac{\pi}{2}$ pour tout $x \in]0, 1]$.

Exercice 2 (Calcul de primitive). Calculer la primitive

$$\int (1+x) \tan^2 x \, dx,$$

en sachant que $\tan^2 x + 1$ est la dérivée de $\tan x$.

Exercice 3 (Équation différentielle du 1er ordre). Résoudre l'équation différentielle

$$y'(x) + y(x) = 2e^x$$

sur \mathbf{R} .

Exercice 4 (Équation différentielle du 2ème ordre). Résoudre l'équation différentielle

$$y''(x) - 2y'(x) + 2y(x) = 2x$$

sur \mathbf{R} .