

LICENCE 1ère ANNÉE – PORTAIL PCSI  
TECHNIQUES MATHÉMATIQUES DE BASE

EXAMEN DE RATTRAPAGE

Jeudi 26 juin 2008. Durée de l'épreuve : 1h30

Il est interdit d'utiliser calculatrices et téléphones portables, et de consulter documents, notes de cours et de TD. Les téléphones portables doivent être éteints.

**Exercice 1 (Intégrale).** Calculer l'intégrale

$$\int_4^9 \frac{dx}{x(\sqrt{x}-1)}$$

avec le changement de variable  $t = \sqrt{x}$ .

**Exercice 2 (Équation différentielle du 1er ordre).** Résoudre l'équation différentielle

$$y'(x) = \tan x y(x) + \sin(2x).$$

**Exercice 3 (Équation différentielle du 2ème ordre).** Résoudre l'équation différentielle

$$y''(x) - y(x) = e^x.$$

**Exercice 4 (Géométrie).**

1. Dans le plan  $\mathbf{R}^2$  muni d'un repère orthonormé, déterminer une équation cartésienne de la droite  $\Delta$  passant par les points  $A = (1, 2)$  et  $B = (-2, 3)$ .

Est-ce que la droite  $\Delta$  est orthogonale à la droite  $\Delta'$  d'équation  $3x - y + 2 = 0$  ? Justifier la réponse.

2. Soit  $\mathbf{R}^3$  l'espace muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , c'est-à-dire que les vecteurs  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  et  $\vec{k}$  sont orientés respectivement comme le pouce, l'index et le majeur de la main droite.

Calculer le produit vectoriel  $\vec{u} \wedge \vec{v}$  des vecteurs  $\vec{u} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$  et  $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ .

Déterminer une équation cartésienne du plan  $\pi$  passant par l'origine  $O$  et contenant les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .