

PROBLEMES d'INTERACTION FLUIDE-STRUCTURE EN LUBRIFICATION

*Sujet de thèse propose par I. Ciuperca (ciuperca@math.univ-lyon1.fr)
ICJ, Univ. Lyon1 et M. Jai (mohammed.jai@insa-lyon.fr) ICJ, INSA
Lyon*

Le sujet proposé porte sur des problèmes liés à l'interaction fluide-structure dans des systèmes mécaniques en présence de films minces. Nous considérons en particulier le cas des mécanismes lubrifiés, qui sont constitués d'un ensemble de pièces en mouvement relatif et séparées par un film fluide jouant le rôle de lubrifiant.

Lorsque le mouvement des pièces du mécanisme lubrifié est donné et leur géométrie connue, il est possible de connaître (en résolvant l'équation de Reynolds) les forces hydrodynamiques, donc les forces que peut supporter le mécanisme. En réalité, dans la plupart des problèmes réels, ce sont ces forces (extérieures) qui sont connues et c'est la géométrie du mécanisme qui est inconnue.

Le modèle mathématique à considérer, consiste alors en un système couplé d'équations qui comporte:

i) Une équation du type Reynolds qui décrit la pression dans le film mince. Un exemple d'une telle équation dans le cas où le fluide est incompressible est l'équation elliptique quasi-stationnaire

$$(0.1) \quad \nabla_x \cdot (h^3 \nabla_x p) = \Lambda \cdot \nabla_x h + \frac{\partial h}{\partial t}$$

où $h(x, t)$ représente la distance (normalisée) entre les surfaces, $p(x, t)$ est la pression (normalisée) dans le fluide et $\Lambda \in \mathbb{R}^2$ est une constante.

Remarque: Assez souvent, pour tenir compte de la réalité physique, il faut remplacer l'équation (0.1) par une inéquation variationnelle correspondante.

ii) Une ou plusieurs équations de mouvement pour la partie solide du mécanisme. Un exemple très simple est le cas où les corps solides sont rigides et la distance h s'écrit sous la forme

$$h(x, t) = h_0(x) + a(t)$$

avec h_0 une fonction donnée et $a(t)$ une inconnue supplémentaire satisfaisant la deuxième loi fondamentale de Newton:

$$a''(t) = \int p(x, t) dx - F$$

avec $F \in \mathbb{R}$ une force donnée.

Dans la pratique il y a une très grande variété de situations physiques qui peuvent être considérées, ce qui donne lieu à un grand nombre

de problèmes mathématiques. Par exemple, les parties solides peuvent être rigides (modèles hydrodynamiques) ou déformables (modèles élastohydrodynamiques), le fluide peut être incompressible ou compressible, la géométrie du mécanisme peut être de type planaire (le cas du patin ou du mécanisme tête de lecture - disque dur d'un ordinateur) ou circulaire (le cas d'un palier hydrodynamique).

Comme le système considéré est un système qui évolue dans le temps (système dynamique) les questions mathématiques qui se posent naturellement concernent: l'existence et l'unicité globale en temps d'une solution du problème évolutif, l'existence des positions d'équilibre ainsi que leur stabilité, l'existence des orbites périodiques, des attracteurs, etc..

Dans la littérature il y a peu d'études mathématiques rigoureuses pour les problèmes d'interaction fluide-structure en lubrification. Pour le cas stationnaire on peut citer les travaux de Buscaglia, Ciuperca, Hafidi, Jai ([3] et [4]), I. Arregui, J. Cendan, C. Vazquez ([1] et [2]), Durany, Garcia, Vazquez ([8]) ainsi que le travail en cours ([5]) et pour les problèmes d'évolution l'article ([7]) de Diaz, Tello et l'act de congrès ([6]).

Dans le travail en cours ([5]) nous montrons l'existence d'une solution stationnaire dans le cas d'une géométrie circulaire et des surfaces rigides pour un fluide incompressible.

Ainsi notre proposition de sujet de thèse porte d'abord sur plusieurs questions qui sont des suites naturelles de ce travail: étudier l'unicité de la solution ainsi que sa stabilité, considérer le problème d'évolution avec notamment, l'existence d'une solution globale en temps, etc.. Une autre partie du travail consistera à considérer le cas des fluides compressibles, qui comporte des difficultés supplémentaires dues au caractère fortement non-linéaire de l'équation de Reynolds. Comme application d'une telle étude nous pensons à la modélisation du mécanisme tête de lecture - disque dur d'un ordinateur. Dans les systèmes actuels, la distance entre la tête et le disque est de l'ordre d'une dizaine de nanomètres. Dans ces conditions on doit prendre en compte les effets de la raréfaction de l'air, ce qui entraîne l'introduction de nouvelles équations, dites équations de Reynolds généralisées (par exemple le modèle de Fukui-Kaneko) provenant des équations de Boltzman linéarisées.

Bien que la formulation mathématique d'un tel problème peut paraître banale (dans le cas stationnaire le plus simple il s'agit d'un système couplé entre une équation (ou inéquation variationnelle) elliptique et deux équations algébriques pour l'équilibre des forces) l'étude mathématique

d'un tel système n'est pas du tout aisée et demande l'utilisation d'outils mathématiques sophistiqués comme la théorie du degré.

REFERENCES

- [1] I. Arregui, J. Cendan and C. Vazquez. Mathematical Analysis and numerical simulation of a Reynolds-Koiter model for the elastohydrodynamic journal-bearing device. *M2AN*. 36(2): 325-343, 2002
- [2] I. Arregui, J. Cendan and C. Vazquez. Numerical simulation of head-tape magnetic reading device by a new 2D model. *Finite Elem. Anal. Des.* 43(4): 311-320, 2007
- [3] G. Buscaglia, I. Ciuperca, I. Hafidi et M. Jai. Existence of equilibria in articulated bearings. *J. Math. Anal. Appl.* 328: 24-45, 2007.
- [4] G. Buscaglia, I. Ciuperca, I. Hafidi et M. Jai. Existence of equilibria in articulated bearings in presence of cavity. *J. Math. Anal. Appl.* 335: 841-859, 2007.
- [5] I. Ciuperca, M. Jai et J. I. Tello. On the existence of solutions of equilibria in lubricated journal bearings, *en préparation*
- [6] I. Ciuperca, I. Hafidi, M. Jai. Comportement dynamique d'un mécanisme lubrifié dans le cas incompressible. *Actes des 8-èmes Journ. d'Anal. Num. et Opt.* Rabat, Maroc. 372-379, 2005.
- [7] J. I. Diaz et J. I. Tello. A note in some inverse problems arising in lubrication theory. *Differential Integral Equations*. 17(5-6): 583-591, 2004.
- [8] J. Durany, G. Garcia et C. Vazquez. An elastohydrodynamic coupled problem between a piezoviscous Reynolds equation and a hinged plate model. *RAIRO Modél. Math. Anal. Numér.* 31: 495-516, 1997.