

Allocations fléchées sur thèmes scientifiques prioritaires

Intitulé du sujet de thèse : Modélisation, analyse et simulations numériques de fluides à surface libre.

Unité de Recherche : UMR 5208, Institut Camille Jordan, Lyon 1.

Domaine Scientifique principal : Mathématiques, STIC, Nanotechnologies.

Domaine Scientifique secondaire : Modélisation, simulation et calcul haute performance.

Directeurs de thèse : Francis Filbet
Institut Camille Jordan, Université Lyon 1, 83 bd 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne cedex, filbet@math.univ-lyon1.fr

Co-directeurs de thèse : Pascal Noble
Institut Camille Jordan, Université Lyon 1, 83 bd 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne cedex, noble@math.univ-lyon1.fr

Ecole Doctorale : école doctorale de mathématiques et d'informatique fondamentale de Lyon (ED MathIF Lyon).

Localisation : Université Lyon 1, laboratoire Institut Camille Jordan, équipe Modélisation Mathématiques et Calcul Scientifique (MMCS).

Connaissances requises : Master Recherche de mathématiques ou de mathématiques appliquées.

Descriptif du projet. Le projet de thèse que nous proposons porte sur l'analyse mathématique et numérique des modèles issus de la *mécanique des fluides* et plus particulièrement sur les fluides complexes, compressibles et les écoulements à frontière libre. Il s'agit de modéliser les écoulements de rivières, d'avalanches de neige, ou de dérive de polluant,... Les applications sont susceptibles de répondre à des problèmes de prévention de risques naturels ou de gestion du territoire.

Par exemple, lors d'une avalanche, la coulée de neige est constituée de molécules d'eau qui se trouvent à des états différents (glace, poudreuse, etc), c'est un *fluide complexe*. De plus, ce fluide est non *newtonien*, c'est-à-dire que le taux de déformation du fluide n'est pas proportionnel à la contrainte exercée sur ce fluide. Le plus souvent, on modélise ce type de fluides à l'aide des équations de Navier Stokes à *surface libre*. C'est un problème mathématique et numérique très classique mais très difficile d'une part à cause de la frontière libre et d'autre part dans l'analyse de l'écoulement de fluides non newtoniens avec une loi de comportement complexe.

Dans ce projet, on considère des écoulements "peu profonds", ce qui permet de faire des hypothèses simplificatrices pour aboutir au modèle de Saint Venant: les inconnues sont alors la hauteur du fluide et la vitesse moyenne sur la hauteur dans la direction principale d'écoulement. Néanmoins, des écoulements comme les avalanches de neige sont constitués de plusieurs couches de fluides ou de plusieurs phases aux propriétés physiques distinctes. Nous souhaitons donc décrire l'écoulement d'un fluide à surface libre de profondeur *arbitraire* mais fini et tenir compte en particulier de la variation

de densité à l'intérieur du fluide. L'idée principale est de couper la couche de fluide en plusieurs couches minces : cette méthode a déjà été utilisée par Pedlovsky pour modéliser des écoulements de type géostrophique. **Notons que ce découpage est tout à fait adapté au calcul parallèle haute performance puisqu'il donne une décomposition naturelle du problème physique et évite les problèmes de re-maillage du domaine de calcul que l'on rencontre dans la simulation numérique de Navier-Stokes avec une surface libre.**

Objectifs. Nous détaillons ici les différents thèmes qui seront abordés durant le travail de thèse. **Modélisation.** Nous souhaitons réaliser une première étape de modélisation, inspirée de celle mise en place par E. Audusse qui a obtenu un premier modèle de Saint Venant multi-couches approchant formellement les équations de couche limite. Nous considérons une version plus complète en ajoutant une viscosité physique, et des forces de Coriolis ce qui revient à considérer une approximation multi-couches des équations primitives à surface libre. **Étude mathématique.** Le fait d'introduire une viscosité doit permettre d'obtenir une bonne théorie d'existence (solutions fortes/solutions faibles) sur ce modèle et on étudiera alors la limite $n \rightarrow \infty$. Le doctorant proposera ensuite une analyse de la limite géostrophique de ce modèle Saint-Venant multi-couches en s'inspirant de l'analyse faite par D. Bresch et B. Desjardins dans le cas d'une couche. **Simulation Numérique.** Il s'agira ensuite de valider numériquement cette approche en proposant des schémas numériques (volumes finis multi-couches et schémas équilibres). Plusieurs interactions sur ce sujet sont possibles, comme par exemple avec E. Fernandez Nieto de l'université de Séville, sur l'analyse numérique de modèles de Saint Venant multi-couches et pour des fluides non newtoniens.