Université Claude Bernard Lyon 1
Mesure et intégration

Licence de mathématiques 3e année
Année 2019-2020

Auto-contrôle #3
–le 19 novembre 2019–
–durée 30 minutes–

Exercice #1. Soit $a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}}$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Pour quelles valeurs de $p \in [1, \infty]$ a-t-on $(a_n) \in \ell^p$?

Exercice #2. Nous travaillons dans $\mathbb{R}$ muni de la mesure de Lebesgue ν_1. Soient $f \in L^1$ et $g(x) = e^{-x^2}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

1. Montrer que $f * g$ est continue.
2. Montrer que $f * g$ est intégrable.

Exercice #3. Soient $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 ; 0 < x < y\}$ et

$$I = \int_U \frac{xy(y-x)}{(x+y)^4} e^{-(x+y)^2} \, dx dy.$$

1. Calculer I à l'aide du changement de variables $\begin{cases} u = x + y \\ v = xy \end{cases}$, que l'on justifiera.
2. Obtenir la valeur de I en utilisant les changements de variables $x = ty$ et $(t+1)y = z$.