

Devoir surveillé #3
–le 26 novembre 2018–
–durée 20 minutes–

Consignes

1. Répondre aux questions de cours par « vrai » ou « faux ». Réponse correcte = 2 p. Réponse fautive = -1 p. Non réponse = 0 p.
2. Pour la question a) de l'exercice, il est demandé de mener les calculs de manière suffisamment détaillée, et non pas de justifier l'applicabilité des théorèmes utilisés. Idem pour la question c).
3. Pour la question b), un argument même esquissé est acceptable.

Vrai ou faux #1 (2 p. – -1 p. – 0 p.). On a $\lambda_1 \otimes \lambda_1 = \lambda_2$.

Vrai ou faux #2 (2 p. – -1 p. – 0 p.). $[0, 1] \setminus \mathbb{Q}$ est borélien.

Exercice (22 p.). Soit $f :]0, \infty[\times]0, 1[\rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, t) = \frac{1}{(x+1)(x+t)}$.

- a) (8 p.) Exprimer de deux manières différentes $I = \int_{]0, \infty[\times]0, 1[} f(x, t) d\lambda_2(x, t)$ comme l'intégrale d'une fonction d'une seule variable.
- b) (8 p.) En étudiant l'une des formules de I trouvées au point a), décider si f est λ_2 -intégrable.
- c) (6 p.) Exprimer I comme la somme d'une série numérique.