Chapitre 9

Lecture du livre de Steven Weinberg

Michel Mizony

Institut Girard Desargues (CNRS UMR 5028), Université Lyon 1

Quand on relativise il est essentiel de savoir par rapport à quoi on le fait ; autrement dit un observateur n'a de sens que relativement à un autre ; ou encore des mots comme invariant, statique, sphérique etc... ont-ils un sens ?

Introduction :

Nous proposons une relecture (partielle et sûrement partiale) de l'ouvrage de plus de 600 pages, écrit en 1972 par Steven Weinberg. Cet ouvrage dont le titre complet est "Gravitation and cosmology : principles and applications of the general theory of relativity", me semble un ouvrage de référence, à condition d'avoir quelques règles d'utilisation et pour être plus précis de "savoir le lire entre les lignes". Certes, les grossières erreurs dans la mise en oeuvre de la relativité générale sont reproduites dans ce livre, mais à la différence de la plupart des livres traitant de la gravitation, ces erreurs sont signalées, même si elles le sont de manière souvent fort discrète. En ce sens on peut dire que c'est un ouvrage de référence à double lecture : la première lecture donnant le canon de la relativité générale, tel qu'il est transmis et cautionné par le "groupe des experts internationaux ès relativité générale" ; on retrouve donc explicitement dans cette première lecture, tous les résultats "standards" (et souvent faux). La deuxième lecture, celle à laquelle je vous invite, permet de cerner les problèmes de mise en oeuvre de cette belle théorie d'Einstein, et donc de mieux la comprendre.

Cependant, il faut que je donne une grille de relecture, et donc dans un premier temps il me faut préciser le pourquoi (et le pour quoi), dans la mesure du possible. Comme l'indique le titre du livre de S. Weinberg, il y a deux aspects, dans la relativité générale, les principes d'une part et son application d'autre part ; par ailleurs principes et applications peuvent être considérés du point de vue du mathématicien ou du point de vue du physicien. Ainsi il y a d'emblée quatre manières, visions ou prismes, pour étudier cette théorie. Chacune de ces approches a son intérêt, aucune n'est réductible aux autres. De plus chaque scientifique possède une philosophie, exprimée explicitement ou non, qui vient colorer chacune des approches possibles. Tout serait si simple s'il ne se greffait pas sur ces approches, facilement identifiables, des phénomènes de mode (la mode existe même dans les sciences dites dures ! par exemple il est troublant de constater qu'une simple interrogation sur la théorie des trous noirs conduit à tant de propos tumultueux).

Pourquoi le livre de S. Weinberg ? Car les questions et problèmes que pose la relativité sont exprimés et les outils théoriques pour bien formuler ces questions sont donnés dans cet ouvrage. Nous développerons plus loin le pourquoi de ce choix.

De pourquoi, objectif, à pour quoi, subjectif, est-il vraiment possible de tracer une ligne de démarcation entre ces deux expressions, sans édifier des murs d'incompréhension ! par cette phrase fortement imbibée par mon affectivité, je viens de passer du "pourquoi" au "pour quoi", du registre du rationnel au registre du militant.

" Le vent souffle où il veut, et tu entends sa voix, mais tu ne sais d'où il vient et tu ne sais où il va "(Jean 3,8).

Pourquoi est simple déontologie scientifique, si c'est possible ;
Pour quoi est espoir d'une renaissance (non pas tant de la théorie de la relativité générale, mais surtout d'une exigence de probité intellectuelle, dans le travail scientifique).
Une certitude, des tas de scientifiques de par le monde oeuvrent en ce sens.

1) Pourquoi le livre de S. Weinberg :

Il existe de très nombreux ouvrages traitant de la relativité générale. Parmi ceux-ci certains sont et restent des livres de référence, aussi bien pour les cours de troisième cycle universitaire que pour les équipes de recherche dans ce domaine ; et parmi ces ouvrages il y en a deux qui sortent du lot, car les plus utilisés : le "Misner Thorne et Wheeler" et le "Weinberg".
Parmi les très nombreux ouvrages parlant de relativité générale il en existe qui ne contiennent pas d'erreurs, mais ils sont très rares. Les deux que je connaisse sont celui de A. Lichnérowicz (qui s'adresse plus aux mathématiciens qu'aux physiciens) et celui du russe V. Fock ; cet ouvrage que je considère comme remarquable est souvent dénigré par les rares personnes qui connaissent ce livre (sans doute parce que cet ouvrage pose des problèmes de fond !). Il existe un livre intermédiaire, livre qui reproduit les erreurs classiques et qui signale ces erreurs, certes très discrètement, c'est celui de Weinberg.
Beaucoup de spécialistes sont en admiration devant le livre de Hawking et Ellis (The large scale structure of spacetime). Il y a de quoi puisqu'il contient un travail fantastique sur les problèmes liés aux singularités (sujet difficile mathématiquement parlant). Mais ce n'est pas un livre sur la gravitation, c'est un livre portant sur un sujet mathématique, écrit avec un habillage, un vocabulaire provenant de la gravitation, mais qui n'a pas grand chose à

voir avec cette théorie. Pour s'en convaincre voir l'utilisation "globale" du théorème de Birkhoff, dont l'énoncé (comme théorème local) est donné à la fin de l'ouvrage.

2) Introduction à la double lecture :

Présentons d'abord les petits indices.
- Il y a l'usage des guillemets par exemple pour l'adjectif "standard", voir pages 177, 336, 345 ...
- Il y a des mots en italique qui ne correspondent pas à des définitions. Par exemple le mot *not* pages 302, 345 ; *was* page vii ; *beyond* page 348 etc.
- Il y a l'usage de l'adjectif " convenient " : " it is convenient " page 176 ; " one convenient " page 181 ; " it is very convenient " page 403. Dans ces trois cas il y a une difficulté sérieuse et non dite.
- Il y a l'usage de l'adjectif " analogous " par exemple page 337 ou page 415 qui cache une hypothèse implicite.
- il y a l'adverbe " incidentally " page 302 ou page 473 qui renvoie au problème de la compréhension des rapports existants entre les équations d'Einstein (en particulier page 473 cela renvoie au fait que les équations ayant un indice nul sont des équations de contraintes).
- Il y a des doutes : par exemple page 337 " It is a little surprising " ; " we could not be sure " page 408.
- Etc.

Ces indices sont un avertissement au lecteur ; en effet à chacun de ces indices correspond souvent une difficulté soulignée mais non explicitement dite ou résolue, ou une hypothèse simplificatrice non dite.

Citons maintenant des paragraphes dans lesquels il annonce qu'il va revenir à la présentation usuelle (et fausse) de la relativité générale.

P. 176 " A deeper derivation of Eq. (8.1.1.) will be given in Chapter 13 ; for the present we can regard (8.1.1.) as a definition of what we mean by a static isotropic metric, or alternatively as an ansatz that allows us to find some solutions of the field equations. "

Au chapitre 13 S. Weinberg définit en effet la notion d'espace-temps statique et isotrope, et non pas la notion de métrique statique et isotrope, cette dernière notion, n'étant pas covariante, n'est pas susceptible d'une définition intrinsèque. Aussi emploie-t-il à juste titre les mots "mean " et "ansatz", et même, si l'on veut, il dit qu'il commet une erreur.

p. 208 " To repeat, this discussion of the Schwarzschild singularity does not apply to any gravitational field actually known to exist anywhere in the universe. Indeed, it does not even apply to gravitational collapse (see section 11.9) because for t'¡T space is empty for all r'. However, like Aesop's fables, it is useful because it points to a moral, that what appears in one coordinate system to be a singularity may in another coordinate system have quite a different interpretation. "
Il dit clairement que le concept de trou noir est un non-sens, ce qui ne l'empêche cependant

pas de revenir au credo de ce concept à la fin de la section 11.9 page 349 (140 pages plus loin !) : " If gravitational collapse is indeed the inevitable fate of massive bodies, then the universe is full of *black holes*, ...". La lecture du chapitre 11 montre en fait qu'il sait qu'il y a quelque chose de faux, mais ne voit pas où est l'erreur.

En fait l'erreur provient de la confusion entre rayon et rayon de courbure (notion périmétrique) et de la mauvaise utilisation du théorème de Birkhoff ; on peut dire aussi qu'il sent ces erreurs : par exemple p. 337 il écrit : " The Birkhoff theorem is analogous to the result proved by Newton in his theory of lunar motion, that the gravitational field outside a spherically symmetric body behaves as if the whole mass of the body were concent rated at the center. It is a little surprising that this result should apply in general relativity as well as in Newton's theory, for in general relativity a nonstatic body will usually radiate gravitational waves. The Birkhoff theorem tells us that, although a pulsating spherically symmetric body can of course produce nonstatic gravitational fields within its mass, no gravitational radiation can escape into empty space."

p.412 à 415 Dans ce paragraphe, S. Weinberg étudie, outre le tenseur impulsion-énergie $T^{\mu\nu}$ dans un modèle de Robertson-Walker, le tenseur J^{μ} courant des galaxies ; il donne les lois de conservation de ces tenseurs :

" If galaxies are neither created nor destroyed, then J^{μ} obeys the conservation equation $0 = (J^{\mu})_{\mu}$, ..., and therefore the conservation of galaxies yields the relation

$n(t)R^3(t) = constant$ (14.2.17).

The energy-momentum tensor obeys the conservation equation $0 = (T^{\mu\nu})_{\mu}$, ..., for $\mu = 0$ it reads

$R^3(t)\frac{dp(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(R^3(t)(\rho(t) + p(t)))$ (14.2.19).

For instance, if the pressure of cosmic matter is negligible then (14.2.19) gives a result analogous to Eq. (14.2.17) : $\rho(t)R^3(t) \;=\; constant$ (14.2.20). "

Ainsi l'auteur a bien posé le problème, mais en fin de course, par analogie de formules, il revient à la présentation standard : le tenseur $T^{\mu\nu}$ est "interprété" et la fonction $\rho(t)$ est identifiée à la densité de matière $n(t) = J^t$. Il ne sera plus question après de ce tenseur J^{μ}, et toute l'interprétation va reposer sur cette identification par analogie de forme d'équations !

Et pourtant il donne page 127 (300 pages auparavant) la définition de la seule interprétation possible du tenseur impulsion-énergie, reposant sur un système de coordonnées à la fois inertiel et comobile :

"The contravariant tensor is $T^{\mu\nu} = pg^{\mu}\nu + (p + \rho)U^{\mu\nu}$, where U^{μ} is the local value of dx^{μ}/dt for a comoving fluid element. Note that p and ρ are always defined as the pressure and energy density measured by an observer in a locally inertial frame that happens to be moving with the fluid at the instant of measurement, and are therefore scalars." Pourquoi l'aspect localement inertiel est oublié dans l'élaboration des modèles standards ?

S. Weinberg a vu des pièges dans la mise en oeuvre de la relativité générale. Reste-t-il toujours à un niveau discret de dénonciation des difficultés ?

3) S. Weinberg annonce cependant la couleur.

Relisons la préface (de deux pages), il dit : " There was another, more personal reason for my writing this book. In learning general relativity, and then in teaching it to classes at Berkeley and M.I.T., I became dissatisfied with what seemed to be the usual approach to the subject. I found that in most texbooks geometric ideas were given a starring role, so that a student who asked why the gravitational field is represented by a metric tensor, or why freely falling particles move on geodesics, or why the field equations are generally covariant would come away with an impression that this had something to do with the fact that space-time is a Riemannian manifold. Of course, this *was* (c'est Weinberg qui souligne) Einstein's point of view, ... However, I have tried here to put off the introduction of geometric concepts until they are needed, so that Riemannian geometry appears only as a mathematical tool for the exploitation of the Principe of Equivalence, and not as a fondamental basis for the theory of gravitation. "

Cette position très clairement exprimée (la géométrie Riemannienne n'est qu'un outil mathématique) est reprise dans l'introduction du premier chapitre page 3. Cette position est loin d'être partagée par les spécialistes actuellement et pourtant c'est la seule possible. En effet la relativité générale (les équations d'Einstein plus le principe des géodésiques) ne conduit pas à une théorie de la gravitation, mais à plusieurs possibles (en fait à une infinité) ; cela, S. Weinberg ne le dit pas explicitement, mais il le démontre !

J'invite les spécialistes à relire les deux paragraphes posant ce problème de fond : Chap. 4 7.4 Coordinate conditions ; chap. 4 7.5 The Cauchy problem. Dans ces deux paragraphes, il démontre (au sens mathématique du terme) qu'il faut une jauge pour éviter l'ambiguïté de la relativité générale. A chaque choix de jauge correspond une théorie de la gravitation. Voici un extrait du chap. 4 7.4 : " The ambiguity in the solutions of Maxwell's and Einstein's equations can be removed by main force. In the case of Maxwell's equations we do this by choosing a particular gauge. "(En fait la jauge de Lorentz) " ... In the same way, we can eliminate the ambiguity in the metric tensor by adopting some particular coordinate system. " Il préconise un choix, celui dit de la condition des coordonnées harmoniques. Dans le paragraphe suivant, il donne une deuxième démonstration, via l'étude des conditions de Cauchy, de l'ambiguïté, ce qui l'amène à écrire : " This ambiguity can be removed by imposing four coordinate conditions that fix the coordinate system. For instance, if we adopt the harmonic coordinate condition ... ".

Ici, nous sommes obligés d'être encore plus précis, car les "spécialistes" objectent régulièrement que peu importe la jauge choisie (le système de coordonnées choisi), les géodésiques sont les mêmes. Ceci est vrai par covariance, mais faux lorsque l'on veut confronter les résultats aux observations. En fait la difficulté, pour ne pas dire l'incompréhension vient de ce que l'on entend par "les géodésiques sont les mêmes". Ce qui est vrai

du point de vue de la covariance ne l'est pas forcément du point de vue de la confrontation aux observations ! Pourquoi ? le plus simple est de donner un exemple, la forme d'une boule de matière n'est pas une notion covariante ! et la confrontation aux observations tient nécessairement compte de données non-covariantes. D'ailleurs S. Weinberg le sait très bien. En effet, à propos de l'avance du périhélie de Mercure, il démontre que, en première approximation, le résultat est indépendant du choix des coordonnées (voir page 198), et il démontre, mais ne le dit pas que en deuxième approximation le résultat en dépend ; voyons maintenant ce qu'il dit explicitement cette fois par rapport au temps de parcours d'un écho radar (entre Vénus et la terre) :
" A more fundamental difficulty is that in order to compute an excess time delay to within 10μsec, for instance, we have to know the time that the radar signal would have taken in the absence of the sun's gravitation to that accuracy ; ... . Indeed, this accuracy is so demanding that it is necessary to specify whether one is dealing with standard, isotropic, or harmonic coordinates ; needless to say, the U.S. Naval Observatory does not usually draw such fine distinctions !".

Ainsi S. Weinberg dit explicitement que la relativité générale utilise comme un outil le concept de structure (pseudo-riemannienne) mais n'ose pas dire vraiment clairement que la relativité générale est un cadre permettant plusieurs théories distinctes de la gravitation, même après l'avoir démontré. Et pourtant

4) S. Weinberg est en accord avec V. Fock (sans le dire explicitement),
ou le problème de la jauge harmonique.

Dans son livre paru en 1959 (en anglais), V. Fock n'utilise qu'une jauge, celle dite des coordonnées harmoniques, condition qui fut étudiée très tôt en relativité générale, voir De Donder (1921) ou Lanczos (1922). Toute la théorie de la gravitation qu'il développe est basée sur cette jauge qu'il justifie de différentes manières ; Or S. Weinberg, qui connaît l'ouvrage de Fock, il ne le cite qu'une fois, s'attache à revenir à cette jauge et à la justifier avec les mêmes arguments que V. Fock. Une étude précise serait à faire. Notons cependant :

Définition et premières propriétés de cette jauge pages 161 à 163. En particulier c'est une condition non covariante en elle-même. Il ne dit malheureusement pas qu'elle peut être écrite de manière covariante relativement à un modèle d'univers donné.

Page 164, première utilisation : elle permet de bien poser le problème des conditions initiales (problème de Cauchy).
Pages 179 et 181, écriture et solution de cette jauge pour un problème statique à symétrie sphérique.
Page 204 influence de la jauge sur l'interprétation d'observations.

Pages 216 à 221 accord extraordinaire entre le formalisme post-newtonien et la jauge : voir les équations (9.1.35), (9.1.36), (9.1.66), (9.4.25) à (9.4.27).

Pages 254 à 258 la jauge permet de montrer que les effets gravitationnels se propagent à la vitesse de la lumière et que la gravitation est transportée par une particule de masse nulle et d'hélicité 2 (i.e. le graviton). L'étude des ondes gravitationelles ne se fait qu'en utilisant cette jauge.

Avant de proposer quelques questions de nature épistémologique, il me parait important de signaler que le décryptage de ce livre de Weinberg relève d'un travail pluridisciplinaire. Étant mathématicien, je suis sensible à ce qu'il dit entre les lignes au niveau du traitement mathématique de la relativité générale. Il me parait évident qu'un physicien sera sensible à d'autres aspects. Prenons un exemple : la section 7.6 intitulée " Energy, momentum, and angular momentum of gravitation ". Dans ce paragraphe S. Weinberg souligne des problèmes soulevés par le deuxième membre des équations d'Einstein (i.e. le membre exprimant un contenu physique). L'interprétation du tenseur impulsion-énergie pose des problèmes. Mais n'étant pas physicien, je ne dirai rien sur les problèmes qu'il soulève ne serait-ce simplement parce que je sens très fort qu'il me manque beaucoup de recul par rapport à ce qu'il dit. Mais vu d'une part l'emplacement de cette section (juste après les deux sections démontrant l'ambiguïté de la relativité générale), vu d'autre part les mots en italique comme *manifestly, not, ... , must*, je suis sûr qu'il y a un problème important soulevé, d'autant plus qu'il met en évidence un objet non-covariant mais cependant Lorentz-invariant, qu'il appelle pseudo-tenseur impulsion-énergie !

5) Problèmes historiques et (ou) épistémologiques.

La première question qui se pose me semble être la suivante :

Pourquoi S. Weinberg n'a-t-il pas pu dire vraiment explicitement que la R.G. est maltraitée et aussi dire plus précisément que la R.G. est ambiguë (incomplète au sens où à un problème précis elle ne donne pas une unicité de solution) ?

Son ouvrage est paru en 1972, il a obtenu le prix Nobel de physique en 1979 ; Faut-il voir là une des raisons possibles de ce choix de ne pas dire tout haut ce qu'il pensait tout bas ? Je pense profondément que les historiens des sciences pourront répondre à cette question. Mais comment pouvons nous répondre à la question connexe suivante :

Pourquoi les spécialistes occidentaux de relativité ne connaissent pas (ou refusent de connaître) l'ouvrage du physicien Russe V. Fock, ouvrage traduit en anglais (1959), qui signale explicitement des erreurs que S. Weinberg signale entre les lignes ?
Certes je suis en désaccord sur certains points avec V. Fock, mais ce désaccord porte sur des points de détails et toujours sur des hypothèses simplificatrices explicitement formulées. Ceci amène une nouvelle question : Pourquoi dans la littérature occidentale les hypothèses ne sont que trop rarement explicites ?

Une autre question importante se pose :
Pourquoi des formes simplifiées de métriques (qui conduisent parfois à de graves erreurs) ont-elles été historiquement utilisées trop systématiquement ?

Cette question est effectivement liée à un aspect de la relecture du livre de Weinberg que je n'ai pas encore souligné. En effet il utilise ces formes simplifiées de métrique ; mais il est évident qu'il les prend pour ce qu'elles sont. Premièrement il dit comment "on" arrive à ces formes simplifiées, ce que de trop nombreux auteurs ne disent pas, car ils partent,a priori, de ces formes simplifiées. à ce propos page 176 avec les expressions " It is convenient ", " We are free ", " We are also free " ; ou encore voir la fin du chapitre 13, page 403, la formule (13.5.32) est tronquée, il y a une perte d'information importante dans son obtention à partir de la formule précédente (13.5.27) qu'il signale par l'expression " it is very convenient ". Deuxièmement il revient par moments à des formules plus générales cf. page177 par exemple.

Mais il est évident que la réponse doit être reliée aux premières vérifications de la relativité générale (avance du périhélie, déviation des rayons lumineux) qui ont eu lieu avant 1920 avec ces métriques simplifiées ; elles ont été de fait pérennisées et c'est toujours un crime de lèse-majesté de dire que ces métriques posent problèmes.

Un physicien écrivait récemment que " l'histoire est la reine des sciences", je le crois de plus en plus. Deux jalons pour étayer ce propos : la relativité générale est née à l'époque où la thermodynamique était une discipline reine en physique, rien d'étonnant à ce que, par simple analogie de forme, des concepts de relativité générale aient été fortement coloriés par des concepts thermodynamiques. Par ailleurs si les concepts d'espaces Riemanniens étaient bien en place à l'époque, la notion de variété n'a été définitivement mise au point que vers 1940. Rien d'étonnant donc que de nombreuses confusions aient été faites entre des résultats locaux et des résultats globaux.

En guise de conclusion : cultivons un jardin vivant.

Tout le monde sait que lorsqu'on s'occupe et entretient un jardin, rien n'est jamais "parfait" : il y a un compost, des mauvaises herbes qui poussent, des outils à réparer, ..., mais il y a aussi des légumes, des fruits à ramasser, des fleurs à admirer ou (et) à cueillir ; Bref un jardin est vivant.

Il en va de même pour une théorie scientifique. S. Weinberg a fait un gros nettoyage dans le jardin de la relativité générale, même s'il laisse quelques mauvaises herbes pousser et utilise certains outils obsolètes. Il se procure aussi des outils efficaces (on peut penser à la notion de vecteur de Killing, au formalisme post-newtonien, à la jauge harmonique, etc) ; il hésite aussi quand à savoir si certaines plantes, envahissantes comme le "trou noir" ou discrètes comme la notion de "masse ponctuelle", sont des mauvaises herbes ou non. Laissons les croître, pense-t-il, et nous jugerons à leurs fruits.

Bibliographie.

S. WEINBERG : Gravitation and cosmology ; John Wiley, New-York (1972).
A. LICHNEROWICZ : Théories relativistes de la gravitation et de l'électro-magnétisme. Masson (1955).

V. FOCK : The theory of space, time and gravitation ; Pergamon Press, London (1964).
C. MISNER, K. THORNE et J. WHEELER : Gravitation ; Freeman, San Fransisco (1973).
S. Hawking et G. ELLIS : The large scale structure of spacetime ; Cambridge university press, Cambridge (1973).
T. De DONDER : La gravifique Einsteinienne ; Gauthier-Villars, Paris (1921).
K. LANCZOS : Ein vereinfacendes Koordinatensystem für die Einsteinschen Gravitationsgleichungen ; Phys. Zeitschrift, 23, (1922).