Modélisation :
compagnonnage entre physique et mathématiques

Michel Mizony

Lyon, 26 Juin 2003

IREM et Institut Girard Desargues (UMR 5028 CNRS), Université Lyon 1
43, bd. du 11 Novembre 1918, 69622 Villeurbanne cedex
e-mail : mizony@univ-lyon1.fr

0.1 Introduction

Un des thèmes sur lesquels Jean a beaucoup travaillé pourrait s'intitulé "l'interdépendance des mathématiques et de la physique". Malheureusement, il a laissé peu de traces écrites sur ce sujet, et pourtant combien de conversations et d'échanges stimulants n'ai-je pas eu avec lui ! Si parmi vous certains ont des notes de Jean sur ce thème, je suis preneur. Nous devions travailler ensemble sur la modélisation en physique, et ce dès qu'il aurait un peu de temps ; j'aurais tant apprécié que son regard de physicien critique mon regard de mathématicien sur ce sujet.

Après avoir rappelé quelques dires de Jean dans un premier temps, j'exposerai ce qu'est pour moi une modélisation. Dans une troisième partie, certains problèmes philosophiques qui me semblent importants seront donnés, et pour cela je ferai appel à Kant, Poincaré, Granger et d'autres.

1 Quelques interrogations et dires de Jean

Les dires de Jean ci-dessous sont essentiellement issues des notes qu'il nous a laissées de sa conférence du 11 Juin 1999 en l'honneur de G. Arsac. Ces dires sont énumérés dans l'ordre d'apparition dans ces notes de Jean.

- 1 « J'ai été attentif à la confrontation des mathématiciens et des physiciens placés devant l'interrogation caricaturale suivante : l'objectif d'une connaissance et d'une maîtrise scientifique du monde consiste-t-il finalement à développer simultanément ou indépendamment des compétences mathématiques et empiriques ? Sous entendu, y a-t-il ou non une hiérarchie donc une primauté socio-cognitive d'une forme de connaissance ?.»
- 2 « Quel statut pour les mathématiques et les sciences expérimentales et quelles interactions entre mathématique et expérience dans le projet du physicien ?.
- 3 « Rappelons une caractérisation classique d'un projet scientifique (G.G. Granger 1995).
  * Il est associé à un domaine de réalité dont il vise la maitrise
  * il constitue ses objets et simultanément les instruments et les méthodes nécessaires à leur production
  * il obéit à un ensemble de critères de validation collective contextué dans l'espace et dans le temps.»
- 4 « On peut remarquer qu'en français, toute science est féminine et on sait jusqu'à quelles extrémités chacune peut aller pour défendre la valeur des critères de vérité qui fonde ses résultats. C'est ainsi que pourrait être mis en scène la difficulté du dialogue qu'entretiennent Physique et Mathématique, chacune voulant être la (seule) voix de la raison !»
- 5 « Les projets de construction des connaissances sont classés de façon manichéenne en scientifiques et non scientifiques. Le premier discriminateur, souvent implicite, est la place donné aux mathématiques dans la production des connaissances. Le second, plus explicite, est la comparaison avec la physique, en particulier pour évaluer les aspects expérimentaux. Tout se passe comme si la valeur du système prédictif d'une science dépendait de sa mathématisation.»
- 6 « La notion de prédictibilité est étrangère aux mathématiques. On prédit en physique. Par contre une démarche fréquente en mathématique consiste à émettre des conjectures. ...
  En conclusion, nous retiendrons que la qualité d'être prédictive n'impose pas à une science d'être mathématisable.»
- 7 « Le rêve du physicien théoricien est de disposer d'une théorie fondée sur un petit nombre de propositions fondamentales (indépendantes et cohérentes), qui, soumises aux développements mathématiques, permettraient de déduire un ensemble complet de prédictions. Dans ce processus, la connaissance physique est presque totalement construite comme en mathématique. On est frappé par la similitude de ce programme et celui des mathématiciens de la fin du XIXème siècle.
  On peut résumer ce rapprochement en disant que la physique est construite sur des principes et les mathématiques sur des axiomes.»

Sur le thème *Objet-Concept et Relation, Objet-Concept et Représentation, Objet-Signe ou Symbole*, les notes de Jean sont brutes et pas toujours clairement exemplifiées ; cependant, comme pour moi, ses dires sont importants, j'ai essayé de les réorganiser.

– 8 « En mathématique, il y a identité entre le concept et l'ensemble des propriétés qui se traduisent par les relations qu'il entretient avec les autres objets.
En physique l'objet est au centre du réseau de ses propriétés théorisées (relations obtenues, au mieux, à partir de principes). Ce sont les propriétés de l'objet qui sont symbolisées.
En mathématique l'Objet est présent dans la représentation (Platon) : on ne dispose que de signes.
En physique l'observable est présente, mais pas l'objet. En physique, le signe (de l'objet) est symbolique.
Le signe est un élément complet (pour un champ praxeo-sémantique)d'un langage. Ex. un signe alphabétique (champ=écriture,phonème), un signe mathématique. Il n'y a pas de signe "physique".»

Plusieurs collègues ont attiré mon attention sur le fait que Jean ne signalait pas toujours ses sources, et donc que certains de ses dires sont de fait des citations.

2 Hypothèse de travail : un schéma de modélisation

Un préambule :
Le mot modélisation a été introduit vers 1975 dans les dictionnaires. Par exemple dans le Larousse on trouve cette définition :

Modélisation : *Modèle mathématique, représentation mathématique d'un phénomène physique, économique, humain, etc, réalisée afin de pouvoir mieux étudier celui-ci.*
Et dans le Petit Robert :

Modélisation : *Mise en équation d'un phénomène complexe permettant d'en prévoir les évolutions.*

Il existe maintenant depuis trois ans une épreuve *de modélisation* à l'agrégation de mathématiques. De fait chaque scientifique a une idée de ce qu'est une modélisation. Mais cette notion est-elle bien formalisée ? Il me semble que l'on se trouve dans la même situation que les mathématiciens du XIXème siécle à propos de la notion de fonction ; chacun savait ce qu'était pour lui une fonction (et faisait de belles mathématiques), mais aucun ne pouvait en donner une définition.

Je vais donc proposer une définition de ce qu'est une modélisation, sous forme d'un schéma, issu d'un travail laborieux et exigeant sur la relativité générale, que j'essaierai de soumettre à la critique, via les citations ci-dessus de Jean. Puis, à un niveau épistémologique, pour faire un pas dans le passage des ténèbres de la chauve-souris à la sagesse de la chouette, j'examinerai surtout le concept d'espace-temps. Le temps, l'espace jouent un rôle de variables d'indexation ; c'est l'apport incontournable du philosophe G-G. Granger qui actualise l'intuition de Kant et justifie le pluralisme théorique de Poincaré.

Mais pour être clair

Le travail de fond de tout mathématicien (relativiste par exemple) est un travail de traduction : la partie "version" étant le passage des principes ou concepts physiques à leur

modélisation	**d'une théorie physique**	
Partie mathématique **axiomes** mathématiques	⟵ – – – – – – version	**Partie** physique **principes** physiques
↓		↓
preuves		expérimentations ou (et) observations
↓		↓
théorèmes	thème – – – – – – ⟶	**lois**

⟵ – – travail du mathématicien – – ⟶

⟵ – – – – – travail du physicien – – ⟶

traduction en termes mathématiques, le "thème" étant de cerner la signification physique de théorèmes mathématiques (intervertir les mots "thème" et "version" pour le relativiste physicien). Un aspect important du travail de tout traducteur est la relecture minutieuse pour éviter des faux-amis, non-sens et contresens.

Ce schéma se voudrait une première réponse aux citations 1, 2 et 5, sachant que, comme le dit Jean d'une manière humoristique dans la citation 4, ce schéma peut alimenter plutôt que réduire la querelle de préséance ; et pourtant une caractéristique fondamentale de celui-ci est de mettre en évidence la complémentarité structurelle entre mathématique et physique. J'ai préféré appeler compagnonnage cette complémentarité.

Si ce schéma peut être vu comme une illustration-réalisation de la citation 7 (rôle et relations entre principes en physique et axiomes en mathématiques), il est soumis à l'interrogation que porte Jean lorsqu'il dit en 6 : "la qualité d'être prédictive n'impose pas à une science d'être mathématisable".

En fait ce schéma statique décrit une théorie physique achevée idéalement. Il ne dit rien sur les processus complexes liés à la genèse et à l'élaboration d'une théorie. Il me semble que dans la phase d'édification d'une théorie, la qualité d'être prédictive, qui relève essentiellement du travail du physicien, est très important et ne nécessite pas a priori une mathématisation ; cependant cet aspect est gommé dans la formulation finale d'une théorie, qui apparaît (et doit être) "mathématisée".

Passons maintenant à la citation 8 que je reformulerai rapidement ainsi, à partir de ce que j'ai retenu de ce que me disait Jean oralement : **un même objet est signe en mathématique et symbole en physique**. Prenons deux exemples :

le spin, noté σ en maths est l'objet défini comme étant une représentation unitaire et irréductible du groupe des rotations de l'espace (plus précisément du groupe SU(2)) ; noté

j en physique, cet objet symbolise une propriété de "rotation" d'une particule.

l'objet $\mathbb{R}^4 deMinkowski$ est un espace vectoriel réel muni d'une forme lorentzienne pour le mathématicien, il symbolise l'espace-temps de la relativité restreinte pour le physicien.

Il y a là une réelle difficulté de compréhension entre le physicien et le mathématicien ; le même mot étant chargé de sens, de manière fort différent.

Par contre, même si cela est bien connu, il faut rappeler une autre différence essentielle entre mathématique et physique qui comme le rappelle Jean, pourrait s'énoncer : « la physique est construite sur des principes et les mathématiques sur des axiomes. Toutes les deux visent à la "vérité" mais elles ne sont pas mise en défaut de la même façon : le contre-exemple et l'expérience cruciale.»

Le schéma statique présenté est, comme tout schéma, simplificateur ; mais avant d'aller plus loin, il me semble important de le faire fonctionner sur un exemple qui, bien qu'emblématique, montrera sa fonctionnalité.

2.1 Le mythe du trou noir

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge]
\textbf{sur la modélisation} & \text{des trous noirs} \\
\textbf{rayon de courbure} \arrow[d, "\text{changement de variable non bijectif}"'] & \textbf{distance radiale} \arrow[l, dashed, "\text{erreur de traduction}"'] \arrow[d, "\text{aucune observation certaine}"] \\
\textbf{théorème local} \arrow[r, dashed, "\text{erreur de traduction}"] & \textbf{loi globale}
\end{tikzcd}$$

"The essential result of this investigation is a clear understanding as to why the "Schwarzschild singularities" do not exist in physical reality. Although the theory given here treats only clusters whose particles move along circular paths it does not seem to be subject to reasonable doubt that more general cases will have analogous results. The "Schwarzschild singularity" does not appear for the reason that matter cannot be concentrated arbitrarily. And this is due to the fact that otherwise the constituting particles would reach the velocity of light." Einstein (1939)

Einstein dit sa conviction que le rayon de Schwarzschild est infranchissable (la conséquence est l'impossibilité de la formation d'un trou noir par effondrement gravitationnel). Or cette conviction est maintenant un résultat démontré. En effet, il existe de nombreuses démonstrations du fait qu'un effondrement gravitationnel d'un corps sphérique ne peut pas donner naissance à un trou noir dans le cadre de la relativité générale. Il est important de donner quelques références. Outre l'article d'EINSTEIN, citons N. STAVROULAKIS : Mathématique et trous noirs ; Gazette des mathématiciens ; J.V. NARLIKAR : The Schwarzschild solution : some conceptual difficulties, Found. Phys ; L. S. ABRAMS : Black holes : the legacy of Hilbert's error ; Can. J. Phys. ; et L. S. ABRAMS : The total space-time of a point-mass when Lambda < 0, and its consequences for the Lake-Roeder black-hole ; Physica. Et dernierement A. MITRA : Non-occurence of trapped surfaces and black holes in spherical gravitational collapse ; Foundations of Physics Letters.

Deux problèmes se posent : a) Pourquoi les démonstrations prouvant la formation de trous noirs, dans le cadre de la relativité générale, sont-elles erronées ? b) Des trous noirs ont-ils été observés, même indirectement ? Nous examinons ci-dessous les réponses à ces deux questions.

a) Il y a trois principales sources d'erreurs :

Je passe rapidement sur la première (dans la flèche verticale preuve) qui consiste à utiliser un changement de variable non bijectif, en oubliant les précautions à prendre.

La deuxième source d'erreur (dans la flèche de traduction "version") est épistémologiquement importante, c'est la traduction de la notion de rayon par celle de rayon de courbure. Or le "rayon de Schwarzschild" à une signification périmétrique et non celle d'un rayon. Il s'agit d'un "rayon de courbure" (concept qui a un sens précis en géométrie). Pour ma part j'utilise maintenant systématiquement dans mon enseignement l'expression "rayon périmétrique de courbure" à la place de la dénomination dangereuse, surtout en géométrie non euclidienne, de "rayon de courbure". Ce "rayon périmétrique de courbure" est défini comme le quotient d'un périmètre par π et non comme la distance au centre, ce qui, dans le cas d'un espace courbe, n'est pas la même chose.

La troisième source d'erreur (dans la flèche de traduction "thème") provient de l'utilisation globale du théorème de Birkhoff qui n'est valable que localement.

b) Au niveau observationnel, les candidats trous noirs se révèlent être des étoiles à neutrons, ou d'autres structures comme les présente A. Mitra qui fait le point sur les nombreux objets compacts possibles. Il ne reste plus que les candidats trous noirs supermassifs qui se trouveraient au centre de galaxies pour rendre compte de rotations rapides. Or il existe d'autres explications possibles de cette rotation rapide sans faire appel à un trou noir. En particulier une qui est une simple application d'un ... théorème démontré par Einstein dans son article de 1939. D'autres problèmes se posent : **le concept d'horizon d'un trou noir n'est pas covariant** au sens suivant : pour la solution de Schwarzschild il se situe à $r = 2M$, pour celle de Fock à $r = M$, etc. Et puis encore un autre : si le photon ne peut pas s'échapper d'un trou noir, comment le graviton pourrait-il le faire ? Ce qui signifie qu'un trou noir ne pourrait émettre qu'un champ gravitationnel nul !

Bref, le concept de trou noir est un concept purement géométrique, qui n'a aucune pertinence dans le cadre de la relativité générale (vue comme théorie physique de la gravitation).

- « Or je soutiens que dans toute théorie particulière de la nature, il n'y a de science proprement dite qu'autant qu'il s'y trouve de mathématique.»
  E. Kant
- Or la physique n'est la science exacte par excellence que d'être mathématisée.
  J-M. Lévy-Leblond

3 Autres interrogations

Pour commencer, je dois avouer que pendant de longues années, j'ai été déçu par la lecture de nombreux ouvrages concernant la philosophie des sciences. Je ne trouvais rien qui réponde à mes interrogations, qui alimente substantiellement ma réflexion. Le plus souvent je trouvais même des dires qui me paraissaient stupides. J'ose dire que la plupart des ouvrages disant traiter de la philosophie des sciences sont dignes de la poubelle, ou d'un autre rayon en bibliothèque. Un jour j'ai compris pourquoi. Jean-Marc Levy-leblond a écrit quelques pages sur ce thème, et il exprime clairement ce que je sentais confusément. L'article s'appelle "La chauve-souris et la chouette, petite spectroscopie de la philosophie des sciences." Dans "La pierre de touche", pp.269..285, Gallimard, 1996. Il commence ainsi :

« Quel est l'intérêt pour la science de la philosophie des sciences ? Revendiquant la spécificité de sa visée, cette discipline devrait permettre une rencontre entre la réflexion philosophique et la connaissance scientifique sur un terrain assuré et balisé, et les conduire à une interaction féconde. [...]. Il m'a fallu longtemps pour oser m'avouer le redoublement de ces frustrations à la fréquentation de la plupart des textes de la philosophie des sciences - celle, du moins, qui s'affirme comme telle.»
La chauve-souris est l'animal de la déesse Nuit fille du dieu Chaos. La chouette, symbolise la sagesse, elle accompagne la déesse Athéna.

3.1 Sur le temps, l'espace

- "La méditation du temps est la tâche préliminaire à toute métaphysique."
  Gaston Bachelard
- " Qu'est-ce le temps ? Si personne ne me le demande, je le sais. Mais qu'on m'interroge là-dessus et que je veuille l'expliquer, et je ne sais plus."
  Saint Augustin, Confessions, chap. 9.
- « Le temps n'est qu'une condition subjective de notre intuition, et il n'est rien en dehors du sujet. » « ... espace et temps sont les cadres a priori de toute description de notre expérience. » « la géométrie est une science qui détermine synthétiquement, et pourtant a priori, les propriétés de l'espace ... ».
  E. Kant
- *« Le temps est-il une chose ? Est-ce une idée ? Est-ce un concept ? Est- ce plutôt un a priori de notre sensibilité, pour parler comme Kant ? N'est-ce qu'un mot ? N'existe-t-il que dans l'âme, comme le pensait saint Augustin ? Est-il un pur produit de la conscience, comme le croyait Husserl ? ... Qu'est-ce l'espace ? Qu'est-ce l'énergie ? ».*

E. KLEIN.

– *La principale source de confusions vient de nos discours qui ne font pas bien la part des choses : ils attribuent trop souvent au temps les propriétés des phénomènes qui s'y déroulent.*

E. KLEIN.

– " [...] L'espace dans lequel nous localisons les faits géométriques de l'Univers est indéterminé ; c'est là un fait fondamental. Il en résulte notamment que cet espace n'est en lui-même ni fini ni infini ; ce qui est fini ou infini, c'est uniquement telle ou telle représentation particulière et déterminée de notre Univers géométrique : ainsi nous pouvons représenter cet Univers par une figure euclidienne infinie ou par une figure de Riemann finie. [...]. Dans l'univers deux corps s'attirent en raison inverse du carré de la distance qui sépare les images de ces corps dans la représentation euclidienne de l'Univers, les rayons lumineux étant représentés par des lignes droites. Et cela reste encore une loi générale de l'Univers, mais exprimée au moyen de la représentation euclidienne : toutefois nous demeurons absolument libres d'exprimer la même loi au moyen d'une autre représentation géométrique de l'Univers ; c'est une simple transposition à faire, quelque chose comme une traduction d'une langue dans une autre avec un dictionnaire. [...] Ainsi la physique et l'astronomie que nous connaissons ont été rédigées dans la langue euclidienne, mais il doit être entendu que cela n'avait rien de nécessaire, le choix de cette langue se justifiant seulement par des raisons de simplicité et commodité,... "

Auguste Calinon.

– *" l'expérience ne peut décider entre Euclide et Lobatchevsky. Les expériences ne nous font connaître que les rapports des corps entre eux ; aucune d'elles ne porte, ni ne peut porter, sur les rapports des corps avec l'espace, ou sur les rapports mutuels des diverses parties de l'espace."*

H. POINCARE

Le temps, l'espace ont de tout temps posé questions. A la suite de Kant, Calinon, Poincaré, nous pouvons donner un statut à ces concepts, statut qui va à l'encontre de celui pris implicitement dans la plupart des livres dit de philosophie des sciences. Ce statut permettra d'affiner le schéma de modélisation.
Pour cela il faut partir de Gilles Gaston Granger, en particulier de son livre "La vérification". L'intuition de Kant « espace et temps sont les cadres a priori de toute description de notre expérience, » trouve un statut avec Granger. Que dit-il ? p.29 :

« Les sciences ne visent qu'à connaître des objets, en construisant des modèles abstraits de l'expérience, ... La validité de ces modèles est fondée à la fois sur leur cohérence et leur efficacité. En ce sens c'est bien le réel que représente et atteint la science ; mais seulement dans le réel ce que l'expérience nous donne comme communicable, par le moyen de systèmes symboliques, progressivement produits par le génie humain. »
Puis il examine le problème de la représentation du domaine phénoménal, ce qui le conduit à poser :

"Ce que nous appelons référentiel est donc un espace de représentation adéquat des phénomènes." ; puis à affirmer :

"La vérification scientifique, outre son sens trivial d'élimination des illusions et des erreurs immédiatement décelables, consiste donc en une mise à l'épreuve, le plus souvent très médiate, d'un parti pris de représentation de l'expérience."

Cet espace de représentation est un objet mathématique ; pour la théorie de Newton, il s'agit de l'espace euclidien, pour la théorie de la relativité restreinte, de l'espace-temps plat de Minkowski, pour la relativité générale, d'une variété différentielle à quatre dimensions, pour la mécanique quantique, de l'espace des états (classes de vecteurs d'un espace de Hilbert). Il sert à définir ce que Granger (p.47) appelle des "énoncés indexés" : tout phénomène mesurable est paramétré par un point de cet espace de repérage.

En clair, le temps, l'espace ou un espace-temps est un objet mathématique, choisi a priori, permettant d'indexer un "domaine phénoménal". Cela donne raison à l'intuition de Kant. Autrement dit **dans toute modélisation il y a un choix a priori de l'espace mathématique servant à repérer l'ensemble des phénomènes.** Cela nous conduit à compléter le schéma de la manière suivante :

modélisation	**d'une théorie physique**	
Partie mathématique **espace de repérage** mathématique	⟵ — — — choix	**Partie** physique **domaine** phénoménal
axiomes mathématiques	⟵ — — — version	**principes** physiques
↓		↓
preuves		expérimentations ou (et) observations
↓		↓
théorèmes	thème — — — ⟶	**lois**

⟵ — — travail du mathématicien — — ⟶

⟵ — — — travail du physicien — — ⟶

Faisons maintenant un pas de plus.

3.2 Sur le pluralisme théorique

C'est une expression que l'on doit à H. Poincaré dans la lignée de concepts dus à E. Kant, simplement présentée par A. Calinon (cf. ci-dessus), et repris aujourd'hui par le philosophe G.G. Granger :

"Consécutivement, et même synchroniquement, on constate de nombreux cas où l'explication scientifique admet plusieurs modèles pour un même domaine phénoménal. Cette pluralité est-elle le signe que nous n'atteignons jamais que des apparences ? ".
Einstein et Infeld prennent une image pour dire quelque chose de proche :

Les concepts physiques sont de libres créations de l'esprit humain, même s'ils ont l'air d'être déterminés uniquement par le monde extérieur. Nos efforts pour appréhender la réalité ressemblent à ceux de quelqu'un qui cherche à comprendre le mécanisme d'une montre fermée. Il voit le cadran et les aiguilles qui bougent, il entend même le tic-tac, mais il n'a aucun moyen d'ouvrir le boîtier. S'il est ingénieux, il se forme l'image d'un mécanisme qui serait responsable de tout ce qu'il observe, mais il ne pourra jamais être certain que son image est la seule capable d'expliquer ses observations. Il ne pourra jamais comparer son modèle avec le mécanisme réel, et ne peut même pas imaginer la possibilité que cette comparaison ait un sens.

Examinons les théories einsteinienne et newtonienne de la gravitation (plus précisément la théorie post-newtonienne qui prend en compte la finitude de la vitesse de la lumière ce qui ne change pas les équations de la théorie newtonienne proprement dite).

Modélisations équivalentes de la **gravitation**

Théorie de la Relativité Générale	⟵ – – traduction	**principes** de la gravitation	– – ⟶ traduction	**Théorie** post-Newtonienne
↓ preuves ↓		↓ expérimentations ↓		↓ preuves ↓
théorèmes	traduction – – ⟶	**lois**	traduction ⟵ – –	**théorèmes**

Ces deux théories (la relativité générale d'Einstein, et la théorie de Newton légèrement modifiée) sont mathématiquement équivalentes et observationnellement équivalentes (et même en y regardant de près, c'est la théorie post-newtonienne qui est validée par l'observation et non pas la relativité générale) ; autrement dit, ces deux cadres théoriques sont mathématiquement équivalents et expérimentalement indiscernables (dès que l'on valide une des deux théories, on valide l'autre). Mais ces deux modélisations ne sont pas conceptuellement équivalentes; en effet dans l'une l'espace-temps mathématique est plat, dans l'autre celui-ci possède une courbure non nulle. Ainsi, le concept d'espace-temps, plat pour l'une des théories de la gravitation, courbe dans l'autre, est un concept méta-scientifique, autrement dit l'espace-temps n'existe pas en soi (en tant qu'objet d'étude de la physique). Ce fait n'est pas unique, bien que peu connu il se produit également pour la mécanique quantique (cf. le livre de Holland). Il existe sûrement d'autres exemples de ce phénomène que Poincaré appelle le pluralisme théorique défini comme suit : *"il existe plusieurs théories,*

conceptuellement différentes, mais mathématiquement et observationnellement équivalentes (décrivant donc le même ensemble de phénomènes) ".
Ainsi, les théories de la gravitation (celle de Newton, d'Einstein, la théorie post-Newtonienne, etc.) ne sont pas des théories de l'espace-temps, ce sont des théories du mouvement. Plus précisément ces théories ne peuvent rien nous apprendre sur le "réel espace-temps", elles servent à prédire des trajectoires, des mouvements. A propos du mouvement on pourra se reporter à G. Longo

: *" Il faut comprendre, pour saisir ce changement de perspective, que la géométrie n'est pas, ou n'est plus une 'science des figures' mais 'une science de l'espace' (Riemann). En fait, elle est une science du mouvement dans l'espace (Poincaré). Or on peut plus précisément se demander dans quel sens elle peut être une 'abstraction perceptive', qu'est-ce que cet 'invisible qui sous-tend le visible'. Je crois que aujourd'hui on peut considérer la géométrie, grâce aux percées des biologistes et des physiologistes, comme une science de l'action et de la prévision du mouvement dans l'espace : le segment, la courbe, le cercle ne sont pas la 'forme abstraite' (...) d'un objet matériel, ni des 'figures idéales' (...), mais plutôt la prévision d'un parcours. Et la prévision est déjà une abstraction ; la trajectoire prévue ou anticipée par le regard et le geste est abstraite. Voici ma thèse principale. "*

Comprendre la modélisation d'un point de vue méthodologique, à l'aide du type de schémas que je propose ici ou de tout autre schéma, ne peut faire l'impasse sur la nécessité de l'indexation des événements que l'on veut soumettre à un processus expérimental. Or le temps, l'espace jouent fréquemment un rôle de variables d'indexation ; c'est l'apport incontournable de G-G. Granger qui actualise l'intuition de Kant et justifie le pluralisme théorique de Poincaré.

Le temps, l'espace, l'espace-temps sont des concepts méta-physiques. L'erreur trop fréquente rencontrée dans les livres traitant de philosophie des sciences est de supposer (implicitement) que ces concepts d'espace, de temps sont des concepts de la physique.

Voici maintenant la proposition d'une "définition" méta-physique du temps que j'ai longuement discutée avec E. Klein :

Dans tout modèle de la physique, le temps est un choix (synthétique) a priori pour indexer les événements et rendre compte de changements ; il est rendu opératoire dans chaque modèle par la paramétrisation d'évènements, paramétrisation respectant la chronologie de ceux-ci.

4 Conclusion

Je me sens en accord profond avec la pensée de Jean, telle qu'elle apparaît dans les écrits qu'il nous a laissés. Mais il est évident, qu'avec nos deux sensibilités différentes, lui physicien et moi matheux, les discussions auraient sûrement été dures, avec quelques décibels de ma part, et des sourires de la sienne. Un bon souvenir parmi tant d'autres, il y a un an et demi, j'ai eu un petit échange avec Jean, dans le couloir commun à l'IREM et à LIRDHIST, que je résumerai ainsi.

" Je peux te présenter la relativité générale en 3 minutes. "

"- Tu bluffes, ce n'est pas possible."

Et en 2 minutes, évidemment sans écrire de formules, je lui présente cette belle théorie. En voici un résumé en une phrase :

"La théorie d'Einstein de la gravitation est et n'est que la formulation covariante relativiste de la théorie de Newton de la gravitation, le génie d'Einstein a été de trouver cette formulation ; en conséquence ces deux théories sont équationnellement et observationnellement équivalentes."

"- Bravo, comment as-tu fait pour aboutir à une telle présentation ?"

"Ce n'est pas de moi, il suffit de lire (et comprendre) le magnifique bouquin de Vladimir Fock, sur la relativité générale ; tout est dedans, j'ai eu juste à mettre dans un certain ordre les remarques de fond qu'il a faites au fil des chapitres."

"- On retravaille cela ensemble, à bientôt, j'ai ..."

"Jean, où en es-tu dans la rédaction du magnifique topo que tu as fait pour la journée de Gilbert ?"

Il était déjà parti.

5 Bibliographie

L. S. ABRAMS : Black holes : the legacy of Hilbert's error ; Can. J. Phys. Vol 67 pp. 919-926 (1989).

L. S. ABRAMS : The total space-time of a point-mass when $\Lambda < 0$, and its consequences for the Lake-Roeder black-hole ; Physica A 227, pp.131-140 (1996).

L. BOI : Le problème mathématique de l'espace, une quête de l'intelligible ; Springer, (1995).

A. CALINON : Etude sur l'indétermination géométrique de l'univers ; dans la Revue philosophique de la France et de l'étranger, Vol 36, pp. 595-607, (1893).

A. EINSTEIN ; Annal Math. Vol. 40 pp. 922-936 (1939).

A. EINSTEIN et L. INFELD : in "The evolution of Physics", New-York, Simon and Shuster, (1938).

V. FOCK : The theory of space, time and gravitation ; Pergamon Press, London (1964).

G. G. GRANGER : La vérification ; O. Jacob, (1992).

P. HOLLAND : The quantum theory of motion ; Cambridge university press, (1993).

E. KANT : citations tirées des ouvrages de G-G. Granger, de L. Boi et de J-M. Lévy-Leblond.

E. KANT : Premiers principes métaphysiques de la science de la nature ; librairie philosophique J. Vrin Paris, (1990).

E. KLEIN : in " le temps ", numéro hors série de La Recherche, (2001).

E. KLEIN, Science & Vie, n° 2^{10}, Janvier 2003.

J.-M. LEVY-LEBLOND : L'esprit de sel ; Fayard, (1981).
J.-M. LEVY-LEBLOND : La pierre de touche. La science à l'épreuve ; Gallimard (1996).
G. LONGO : Géométrie, Mouvement, Espace : Cognition et Mathématiques ; in Intellecta, n^o 2, pp.195-218, (1997).
A. MITRA : Non-occurence of trapped surfaces and black holes in spherical gravitational collapse ; Foundations of Physics Letters, Vol 13, p. 543, (2000).
M. MIZONY et G. ARSAC : Que peut nous apprendre la gravitation sur l'espace-temps ? ; preprint de l'Institut Girard Desargues (UCBL), no 12, (1998).
M. MIZONY : La relativité générale aujourd'hui, l'observateur oublié ; Aléas, 2003.
J.V. NARLIKAR : The Schwarzschild solution : some conceptual difficulties, Found. Phys. 18, n° 6, pp.659 - 668, (1988).
H. POINCARE : Les fondements de la géométrie ; in oeuvres, XI, Paris, (1956).
N. STAVROULAKIS : Mathématique et trous noirs ; Gazette des mathématiciens, n° 31 pp119 -132 (1986).