

# Appel d'offre Bonus Qualité Recherche 2006: "Projet Nouveau"

## **Modélisation et analyse mathématique pour les avalanches de neige, les écoulements de boues et de laves torrentielles**

### **Porteurs du projet:**

- Pascal NOBLE (MdC, Institut Camille Jordan): noble@math.univ-lyon1.fr,
- Laurent CHUPIN (MdC, Institut Camille Jordan): Laurent.Chupin@insa-lyon.fr.

### **Collaborations envisagées**

Didier BRESCH	CR CNRS (HDR) - LMC/IMAG Grenoble
Mohamed NAAIM	DR - CEMAGREF Grenoble
Pierre SARAMITO	CR CNRS (HDR) - LMC/IMAG Grenoble
Enrique Domingo FERNANDEZ NIETO	Université de Séville

### **Description courte du projet**

L'objectif de ce projet est d'étudier des écoulements gravitaires de type avalanches de neige, écoulements de boues ou de laves torrentielles en présence ou non d'obstacles. Le but est de modéliser ce type d'écoulement puis d'étudier les propriétés des modèles obtenus ou déjà existants grâce à une approche mathématique du type équations aux dérivées partielles tant du point de vue théorique que numérique. Cette étude est proposée par une équipe de mathématiciens appliqués en interaction avec l'équipe de M. Naaim du CEMAGREF de Grenoble. Ces derniers travaillent sur des problèmes très concrets liés à la gestion du territoire comme par exemple la détermination pour une région donnée, des zones exposées aux écoulements considérés afin d'en réduire les effets par des dispositifs préventifs (par exemple des paravalanches) dans le cadre d'un projet d'aménagement du territoire.

Le travail s'articulera autour de trois axes principaux

- L'influence de la topographie et de la présence d'obstacles sur des écoulements de fluides newtoniens.
- La prise en compte de rhéologies non newtoniennes (fluides à seuil par exemple) pour les écoulements gravitaires.
- L'influence de l'hétérogénéité du fluide : présence de plusieurs phases, fronts secs, sédimentation, érosion, compressibilité.

### **Crédits demandés: 25keuros**

Les crédits se décomposent de la manière suivante: achat de matériel informatique et logiciels de calcul, achat d'ouvrages spécialisés à hauteur de 10keuros et financement des déplacements, participation à des colloques, invitation de chercheurs français et étrangers à hauteur de 15keuros.

Nous ne disposons pas pour l'instant de soutien financier sur ce projet puisque c'est une première demande de crédits. Cependant, le CEMAGREF met à notre disposition ses installations pour mettre en place des expériences d'écoulements gravitaires de fluides newtoniens ou non newtoniens et permettre d'une part de guider la modélisation mais aussi de valider expérimentalement les modèles obtenus.

## Contexte scientifique national et international

Chaque année, les avalanches de neige et les écoulements de boue sont à l'origine de dégâts matériels (routes coupées, destructions de bâtiments) et humains importants. Avec le développement du tourisme dans des zones toujours plus exposées, les questions de savoir comment prévoir et se protéger contre ces risques sont devenues des questions essentielles lorsqu'il s'agit d'aménagement du territoire et de la sécurité des personnes. A ce titre, la recherche entreprise au sein du projet européen SATSIE s'est focalisée sur la compréhension des mécanismes physiques qui gouvernent les régimes d'écoulements, l'érosion et l'entraînement de la neige ainsi que l'interaction des avalanches avec des obstacles. Les résultats sont essentiellement expérimentaux, obtenus à partir de mesures sur des expériences en modèles réduits et à échelle 1 in situ (utilisation de radars et capteurs sismiques). Les connaissances acquises ont été utilisées pour développer et valider des modèles numériques d'avalanches en particulier au CEMAGREF de Grenoble. Ces codes sont utilisés notamment dans des expertises pour la détermination de zones à risques, la construction d'équipements de protection (paravalanches par exemple).

Si les études expérimentales et numériques ont permis de mettre en place des stratégies efficaces de gestion des risques liés aux avalanches ou aux écoulements de boues, l'analyse mathématique de ces phénomènes et la compréhension approfondie des mécanismes mis en jeu dans ces écoulements reste largement inexplorée et est actuellement en plein développement. Un premier volet de l'analyse mathématique concerne la prévision des avalanches au moyen d'études statistiques, le second concerne l'étude des mécanismes sous jacents dans le cadre de la gestion des risques (impact d'une avalanche sur une structure, zone d'arrêt,...). Nous nous intéressons ici exclusivement à ce second aspect.

**Modélisation.** En regardant les échelles de grandeurs qui sont en jeu, on peut assimiler les avalanches de neiges, les crues de boues à des écoulements "peu profonds" de fluides complexes. Les écoulements peu profonds de fluides sont modélisés en général par des modèles de type Saint Venant ("shallow water equations" en anglais). Bien qu'ils soient depuis longtemps utilisés en hydrologie, peu de chose ont été faites à ce jour au niveau de l'analyse asymptotique permettant de dériver formellement et sans hypothèse empirique de fermeture les systèmes de Saint Venant à partir des équations de Navier-Stokes : citons les travaux de J.-F. Gerbeau et B. Perthame [4] sur la dérivation d'un modèle de Saint Venant uni-dimensionnel avec terme de friction à partir des équations de Navier-Stokes à surface libre (écoulement à fond plat et horizontal) avec conditions de frottement de Coulomb au fond. Sur le même type d'écoulement, un travail de J.-P. Vila sur la dérivation d'une hiérarchie de modèles de type Saint Venant considère une condition d'attachement au fond et un écoulement sur un fond plat et incliné. Pour des topographies plus compliquées, citons les travaux récents de F. Bouchut [5] sur la dérivation de modèles de type Saint Venant avec une topographie quelconque mais à partir des équations d'Euler avec conditions de frottement au fond. Les dérivations formelles citées ont été obtenues pour des fluides newtoniens. Cette hypothèse de fluide newtonien se révèle simplificatrice s'agissant de la neige, des boues ou des laves torrentielles. Il existe déjà dans la littérature des modèles de Saint Venant pour des fluides à seuil comme des fluides de Bingham mais les termes de traînée considérés sont obtenus de manière empirique et directement sur les équations moyennées. La dérivation formelle de système de Saint Venant pour un fluide non newtonien à partir du système de Navier Stokes reste à faire. Enfin l'érosion, la sédimentation, la compressibilité du milieu n'ont jusqu'alors été pris en compte que directement sur des modèles moyennés et de manière empirique (voir les modèles de Savage-Hutter et du CEMAGREF). Il sera intéressant de prendre en compte ces phénomènes dans la dérivation de modèles plus réalistes.

**Analyse mathématique.** Les résultats concernant l'existence de solutions faibles au système de Saint Venant sont peu nombreux. On peut d'abord citer les résultats d'existence de solutions

faibles à données petites au voisinage de solutions stationnaires et pour des viscosités non physiques du type  $h\Delta u$ . Dans ce cas, on peut considérer que la hauteur d'eau ne s'annule pas et diviser par la hauteur dans l'équation des moments : on applique alors la méthode de P.L. Lions pour les fluides compressibles. Citons d'autre part le résultat d'existence de solutions faibles en dimension quelconque obtenu par D. Bresch et B. Desjardins [1] dans le cas où on a une viscosité "physique" (de la forme  $(hu_x)_x$  en dimension 1, qui est consistante d'un point de vue énergétique et qu'on peut justifier par un développement asymptotique à partir des équations de Navier-Stokes: voir Gerbeau et Perthame [4]) et des termes de traînée spécifiques. Enfin pour des écoulements macroscopiques de fluides non newtoniens comme des fluides visco-élastiques ou des fluides à seuil de type Bingham, de nombreux travaux de J.C. Saut, Y. Renardy ou H. Le Meur montrent que les non linéarités inhérentes aux modèles apportent une complexité supplémentaire à l'étude de l'existence de solution. En faisant une hypothèse de toit rigide, un modèle récemment dérivé par G. Bayada, L. Chupin et S. Martin donne une idée du type de non linéarités qui peuvent apparaître dans des écoulements minces de fluides non newtoniens.

Concernant l'analyse des ondes non linéaires pour les systèmes de Saint Venant, citons l'étude de Lan et Lin [3] sur la formation d'ondes non linéaires en étudiant les interactions entre des ondes non linéaires simples (chocs, ondes de raréfaction mais aussi solutions homoclines discontinues) et de solutions stationnaires issues de la présence d'obstacle au fond à support compact. Une autre famille d'ondes non-linéaires intéressantes est formée d'instabilités hydrodynamiques appelées roll-waves et qui sont des ondes progressives périodiques. De nombreux résultats ont été obtenus sur ce type de phénomènes: existence de roll waves visqueuses de grande amplitude, stabilité des roll-waves non visqueuses [2] généralisant des techniques jusque là utilisées pour l'analyse de chocs "simples" pour des systèmes hyperboliques non-linéaires. Il reste encore de nombreuses pistes à explorer comme la stabilité multidimensionnelle des roll-waves, l'existence lorsqu'on s'intéresse à des géométries du fond plus compliquées ou pour des fluides non newtoniens.

**Numérique.** L'analyse numérique des systèmes de type Saint Venant est actuellement en plein développement avec des applications à la simulation numérique d'avalanches mais également de phénomènes de crues ou encore de courants marins [7]. De même, les codes numériques pour la simulation numérique directe des équations de Navier Stokes sont de plus en plus performants [6]. La conjugaison de ces deux approches est une piste intéressante et jusqu'ici inexplorée pour la validation numérique des systèmes de Saint Venant.

### Références

1. D. Bresch, B. Desjardins, *Existence of global weak solutions for a 2D viscous shallow water equations and convergence to the quasi-geostrophic model*. Comm. Math. Phys. 238 (2003), no. 1-2, 211–223.
2. P. Noble *Méthodes de variétés invariantes pour les équations de Saint Venant et les systèmes hamiltoniens discrets*. Thèse de l'Université Toulouse III (2003).
3. C.Y. Lan, H.-E. Lin *Wave patterns for shallow water equations*. Quart. Appl. Math. 63 (2005), no. 2, 225–249.
4. J.-F. Gerbeau, B. Perthame *Derivation of viscous Saint-Venant system for laminar shallow water; numerical validation*. Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B 1 (2001), no. 1, 89–102.
5. F. Bouchut, M. Westdickenberg *Gravity driven shallow water models for arbitrary topography*. Commun. Math. Sci. 2 (2004), no. 3, 359–389.
6. M. Bensaada, D. Esselaoui, P. Saramito *Second-order Galerkin-Lagrange method for the Navier-Stokes equations*. Numer. Methods Partial Differential Equations 21 (2005), no. 6, 1099–1121.
7. T. Chacón Rebollo, A. Domínguez Delgado, E.D Fernández Nieto *A family of stable numerical solvers for the shallow water equations with source terms*. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 192, (2003) pp. 203-225.

# Projet de recherche

## Objectifs, Intérêt et interdisciplinarité du projet

**Objectifs.** L'objectif de ce projet est d'abord d'établir une hiérarchie de modèles de type Saint Venant à partir des équations de Navier-Stokes à surface libre en prenant en compte la topographie du milieu (pentes naturelles ou obstacles) et les caractéristiques du fluide (rhéologie, compressibilité, présence de plusieurs phases) au moyen d'une analyse asymptotique, et d'analyser mathématiquement les modèles obtenus ou déjà existants (problème de Cauchy, ondes non linéaires). On essaiera également de valider numériquement les modèles obtenus par des simulations directes sur les équations de Navier Stokes à surface libre et enfin on testera numériquement les modèles obtenus dans le but de les comparer avec des données expérimentales menées sur le terrain, par exemple sur le site du Col du Lac Blanc situé dans le massif des Grandes Rousses (Isère) devenu un laboratoire commun au CEMAGREF et au CEN (Centre d'Etudes de la Neige) et de Météo France.

**Intérêt, Degré d'innovation.** Ce projet nous paraît tout à fait innovant : il fait intervenir aussi bien des mathématiciens appliqués dans les domaines de l'analyse asymptotique, de l'analyse mathématique approfondie et de la simulation numérique que des physiciens et expérimentateurs travaillant sur des problèmes de modélisation (simulation numérique, expériences en laboratoire, détermination de lois de comportement) ou des problèmes d'ingénierie. Un des intérêts de ce projet multidisciplinaire est de proposer de meilleurs modèles à exploiter dans les problématiques d'avalanches rencontrés par M. Naaim et ses collaborateurs au sein de l'unité Erosion Torrentielle Neige et Avalanches. Les résultats obtenus et les méthodes développées seront également valables pour des crues de boues ou des écoulements de lave. Nous proposons en plus d'aller plus loin en menant une analyse mathématique très poussée des modèles obtenus ou de modèles existant déjà dans la littérature. Le but de cette étude mathématique sera alors de mieux comprendre ces écoulements et de proposer des approches numériques adaptées. Ce projet s'inscrit ainsi pleinement dans les problématiques de gestion des risques naturels, d'aménagement du territoire et de développement durable dans les régions montagneuses.

**Interdisciplinarité.** Ce projet est en interaction avec les problématiques rencontrées par M. Naaim et ses collaborateurs au sein de l'unité du CEMAGREF "Erosion Torrentielle Neige et Avalanches". Il pourra leur être profitable au sens où l'étude se situe en amont de leurs préoccupations. On devrait ainsi améliorer la compréhension des écoulements de fluides complexes pour des topographies compliquées grâce à la prise en compte de différentes rhéologies, grâce à l'optimisation des simulations numériques déjà existantes et grâce aussi à l'extension au cas de la prise en compte des phénomènes d'érosion et de sédimentation ainsi que la compressibilité du milieu. Les expérimentations ne serviront pas seulement à valider les modèles obtenus mais elles devraient permettre dans certains cas de guider la modélisation et l'analyse asymptotique. Les mesures de profils de vitesse sur des bancs d'essais, de concentrations dans des écoulements établis de fluides complexes (neige ou gel dont la rhéologie est également connue) ainsi que l'analyse des termes prépondérants devraient assurer une réelle collaboration lors de l'élaboration d'un modèle réaliste. Ce projet est également pluridisciplinaire au sens où il mêle analyse asymptotique, modélisation, simulation numérique et analyse mathématique approfondie des modèles développés et qu'il trouvera des applications entre autre dans la gestion des risques naturels comme les avalanches ou les crues de boues.

**Plan de l'étude.** Nous détaillons ici les points que nous souhaitons développer au sein de ce projet.

## Influence de la topographie sur des écoulements de fluides newtoniens

**Dérivation d'un modèle de type Saint Venant.** Nous dériverons des modèles de Saint Venant à partir des équations de Navier-Stokes à surface libre en prenant en compte des fonds non plats au moyen d'un développement multi-échelle par rapport au rapport d'aspect. Dans cette analyse, on portera une attention particulière à la dépendance des nombres caractéristiques (Nombre de Reynolds, de Froude,...) de l'écoulement en fonction du rapport d'aspect. Les paramètres géométriques du fond (inclinaison, courbure, rapport d'aspect du fond) seront aussi évalués par rapport à ce paramètre d'aspect pour mener à bien une étude asymptotique et déterminer l'influence de la topographie. Pour mener à bien cette étude, on s'inspirera de la méthodologie mise en place par Vila dans le cas des fonds plats et en travaillant en coordonnées curvilignes.

**Analyse mathématique.** On s'intéressera à deux types de problèmes : d'une part le caractère bien posé du problème de Cauchy, l'existence de solutions faibles pour les modèles obtenus et d'autre part l'analyse du comportement asymptotique des systèmes de Saint Venant en présence de topographies complexes. S'il existe des solutions faibles pour des modèles avec capillarité ou pour des termes de trainée quadratiques, la question pour des modèles de Saint Venant plus généraux et en présence de topographies complexes reste largement ouverte et on tentera d'analyser ce problème en adoptant la méthodologie introduite par B. Desjardins, D. Bresch et G. Métivier. Il sera intéressant de voir si en poussant suffisamment loin le développement formel des modèles de Saint Venant à partir des équations de Navier Stokes, on obtient des termes d'ordre supérieur (pas nécessairement  $\kappa h h_{xxx}$ ) permettant d'obtenir des réponses plus simples sur le problème de Cauchy. On analysera la formation d'ondes non linéaires pour les systèmes de Saint Venant avec des topographies complexes en étudiant les interactions entre des ondes non linéaires simples (chocs, ondes de raréfaction mais aussi solution homoclines discontinues) et de solutions stationnaires issues de la présence d'obstacle au fond à support compact. On s'intéressera également au problème du ressaut qui est une transition entre un écoulement de Froude  $F > 1$  (par exemple le long d'une pente) et un écoulement de Froude  $F < 1$  (fond horizontal): la transition se fait au moyen d'un choc stationnaire dont on peut se demander s'il est stable. Pour traiter ce problème, on s'intéressera au système obtenu par relaxation du système de Saint Venant. Enfin un problème intéressant concerne l'influence de certaines topographies (fonds périodiques) sur les instabilités observées dans des écoulements de faible profondeur et en présence de friction: citons ici les travaux de simulation numérique et expérimentale d'O. Thual et de ses collaborateurs sur la mise en place de certains régimes où apparaissent des instabilités de type roll-waves ou des paquets d'eau. Un soin particulier sera apporté à l'analyse des roll-waves dans ce cas là: un premier résultat d'existence de "pulsating roll-waves" de petite amplitude ayant été obtenu récemment par P. Noble, on étudiera l'existence d'instabilités de plus grande amplitude de type roll-waves ou paquets d'eau.

**Validation numérique par simulations directes et simulations numériques des équations de Saint Venant.** L'analyse numérique des systèmes de Saint Venant est bien développée avec l'usage des schémas équilibrés. Sur différents cas tests, on comparera les résultats obtenus par la simulation numérique des équations de Saint Venant et ceux obtenus par simulation directe sur les équations de Navier Stokes afin de valider numériquement les modèles de Saint Venant. Lorsqu'il s'agira de faire la simulation numérique de l'écoulement d'un volume fini de fluide en présence d'obstacle, on adoptera les techniques SPH (smooth particules hydrodynamics) basées sur une description lagrangienne du mouvement d'un fluide et qui se révèlent très adaptées pour ce type de problème (voir les premiers résultats obtenus au sein du programme européen SATSIE notamment par M. Naaim).

## Influence de la rhéologie des fluides pour les écoulements gravitaires

**Dérivation de termes à seuil dans les équations de Saint Venant.** Les fluides complexes comme la neige ou la boue rentrent dans la catégorie des fluides à seuil : ils ne se mettent en mouvement que lorsqu'on exerce une contrainte suffisamment importante sur eux. Pour des écoulements gravitaires, cela se traduit par l'existence d'une pente minimum en dessous de laquelle le fluide reste au repos. A partir des différentes lois de comportement que l'on peut trouver dans la littérature sur la rhéologie des fluides complexes ou à partir des lois fournies par des mesures expérimentales au CEMAGREF de Grenoble, on dérivera à partir des équations de Navier-Stokes et par un développement multi-échelle adapté (voir l'étude de Vila pour les fluides newtoniens), des modèles de Saint Venant non newtoniens avec des termes de traînées prenant en compte les phénomènes de seuil.

**Problème de Cauchy bien posé, propriétés qualitatives.** Les questions d'existence en temps long et de stabilité de solutions seront analysées. Un des intérêts majeurs sera de déterminer, pour un fluide à seuil comme certaines neiges mais aussi des boues et des laves, le temps d'arrêt d'une avalanche en fonction des caractéristiques non seulement de la contrainte seuil mais aussi de la géographie du terrain. Des formulations en pression, comme celles obtenues dans des modèles de type équation de Reynolds ou dans des problèmes de type Hele-Shaw pourraient être envisagées dans le but d'étudier la résistance d'obstacle. Dans des écoulements de type Hele-Shaw avec un fluide non newtonien (loi de puissance) des études au voisinage d'un obstacle permettent d'évaluer les forces de pressions sur cet obstacle. De telles études seront envisagées pour les modèles que l'on obtiendra avec comme objectif d'appliquer notre étude à la résistance de paravalanches.

**Etudes des instabilités de type roll-waves.** On se propose ici de compléter l'étude des ondes non-linéaires de type roll-waves pour les modèles de Saint Venant à seuil existants dans la littérature et ceux qu'on pense obtenir par une dérivation à partir des équations de Navier-Stokes. L'étude de stabilité spectrale des roll-waves sera également très intéressante. Les techniques utilisées sont issues de l'analyse des systèmes hyperboliques non linéaires perturbés ou non par des termes d'ordre supérieurs (viscosité, capillarité). On s'intéressera en particulier aux modèles visqueux et l'existence d'analogues continus aux solutions obtenues dans le cas non visqueux.

**Simulation numérique et comparaison avec les données expérimentales.** La simulation d'écoulements non newtoniens est en plein développement. De nombreux travaux de P. Saramito portant sur ce type d'écoulement montrent que le volet numérique est très riche. D'autre part, des tests sont régulièrement réalisés aussi bien in situ que dans les laboratoires : de nombreuses données sont ainsi disponibles et l'objectif essentiel sera de comparer les modèles obtenus avec ces résultats connus.

## Influence de l'hétérogénéité du fluide

**Modélisation fluide multiphase.** Les écoulements jusqu'ici considérés pour notre projet concernent essentiellement des fluides constitués d'une phase. En fait, les avalanches de neige poudreuse ou les coulées de boues possèdent plusieurs phases. Ainsi on peut voir une avalanche de neige poudreuse comme une suspension de particule dans un fluide newtonien et l'assimiler à un fluide plus lourd que l'air qui s'écoule le long d'une pente. De plus ces avalanches de neige poudreuse sont en général accompagnées d'une avalanche de neige dense qui reste plaquée au sol. On pourra s'appuyer sur des modèles de type interface diffuse étudié par F. Boyer et L. Chupin dans un cadre différent afin de gérer la prise en compte d'interaction entre neige dense et neige poudreuse. On

peut aussi s'intéresser à des modèles multicouches avec une phase dense et une phase plus légère en partant de ces modèles diphasiques puis en faisant une approximation onde longue. On souhaite en outre approfondir l'étude proposée par E. Audusse en faisant un développement multi-échelle aussi complet que possible (et pas seulement un scaling précis pour les grandeurs caractéristiques que sont le nombre de Froude et le Reynolds). Un problème important de la modélisation sera de définir des conditions de transitions aux interfaces (couches imperméables, conditions de frottements, échange de masse...).

**Effet de la compressibilité du fluide.** Les écoulements de type avalanche de neige poudreuse où une sous couche de neige dense coexiste fait apparaître des différences de densité du fluide en mouvement entre le fluide proche du sol et celui se trouvant à la surface. On souhaite donc prendre en compte la variation de densité à l'intérieur d'un fluide de deux manières différentes. On étudiera l'écoulement d'un fluide avec un profil vertical en densité donné et intégrera cette hypothèse dans la dérivation de modèles ondes longues à partir des équations de Navier-Stokes. On supposera ici le fluide newtonien. Ensuite, pour étudier le cas d'un fluide compressible, on partira d'un modèle de Navier-Stokes compressible obtenu par T. Alazard dans une limite de quasi incompressibilité (faible nombre de Mach) pour démarrer la dérivation de modèle type Saint Venant. Le modèle de T. Alazard correspond à un modèle récemment utilisé par P. Saramito, nommé Kazhikhov-Smagulov. Il peut être vu comme un modèle avec énergie libre supplémentaire comme les modèles de Korteweg compressible, de Cahn-Hilliard ou d'Allen-Cahn.

**Fronts secs.** On a jusqu'ici considéré des écoulements établis où la hauteur en général ne s'annule pas. Cette hypothèse est très simplificatrice notamment concernant le problème des avalanches où on identifie clairement un front. L'analyse des fronts secs est donc un problème intéressant. On s'intéressera à la propagation d'un paquet d'eau dont l'écoulement est modélisé par les équations de Saint Venant. Une approche généralement utilisée par les hydrauliciens est de considérer le système relaxé: on obtient alors une équation de Burgers que l'on peut intégrer par la méthode des caractéristiques. Cette approche nous donne une approximation de la localisation du front sec: on fait un zoom sur cette région et on considère le système de Saint Venant quasi stationnaire dans cette région: on obtient alors une équation du front. Le but de notre étude sera de justifier mathématiquement cette approche aussi bien à partir des équations de Saint Venant que sur les équations de Navier Stokes.

**Modélisation granulaire : prise en compte de l'érosion, de la sédimentation.** Un phénomène déjà évoqué précédemment concerne l'échange de masse entre une phase dense et une phase peu concentrée. On s'intéressera ici plus précisément au phénomène d'échange entre l'avalanche en mouvement et le manteau neigeux. En effet lors d'une avalanche il y a un phénomène d'arrachement de neige au front (on parle de reprise) : la neige vient grossir l'avalanche ce qui change son comportement dynamique. D'autre part en queue d'avalanche, il y a un phénomène de sédimentation : les particules de neige se redéposent au sol ce qui se traduit par une perte de masse de l'avalanche. Si cette perte est trop importante, l'avalanche est stoppée. Ce phénomène observé sur le terrain est donc très important. Le but sera, partant de description microscopique sur le transport de particule dans un courant, d'obtenir des modèles de type Saint Venant prenant en compte de tels phénomènes : on s'attend en particulier à trouver des termes sources pour les équations de conservations de la masse (voir par exemple le modèle numérique de M. Naaim). On s'intéressera ensuite aux propriétés mathématiques de ces modèles en portant un intérêt particulier sur l'influence de la sédimentation et de l'érosion sur la stabilité des régimes stationnaires et la formation d'ondes non linéaires.

## Liste de publications du groupe

- 1** - Bresch, Didier; Gisclon, Marguerite; Lin, Chi-Kun  
*An example of low Mach (Froude) number effects for compressible flows with nonconstant density (height) limit.* M2AN Math. Model. Numer. Anal. 39 (2005), no. 3, 477–486.
- 2** - Bresch, Didier; Desjardins, Benoît;  
*Existence of global weak solutions for a 2D viscous shallow water equations and convergence to the quasi-geostrophic model.* Comm. Math. Phys. 238 (2003), no. 1-2, 211–223.
- 3** - Bresch, Didier; Desjardins, Benoît; Lin, Chi-Kun  
*On some compressible fluid models: Korteweg, lubrication, and shallow water systems.* Comm. Partial Differential Equations 28 (2003), no. 3-4, 843–868.
- 4** - Chupin, Laurent  
*Some theoretical results concerning diphasic viscoelastic flows of the Oldroyd kind.* Adv. Differential Equations 9 (2004), no. 9-10, 1039–1078.
- 5** - Boyer, Franck; Chupin, Laurent; Fabrie, Pierre  
*Numerical study of viscoelastic mixtures through a Cahn-Hilliard flow model.* Eur. J. Mech. B Fluids 23 (2004), no. 5, 759–780.
- 6** - Chupin, Laurent  
*Existence result for a mixture of non Newtonian flows with stress diffusion using the Cahn-Hilliard formulation.* Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B 3 (2003)
- 7** - Bouchet, A; Naaïm, M; Bellot, H; Ousset, F  
*Experimental study of dense snow avalanches: velocity profiles in quasi-permanent and fully-developped flows.* Annals of glaciology, 38 (2004), 30–34.
- 8** - Faug, T; Naaïm, M; Naaïm Bouvet, F  
*Experimental and numerical study of granular flow and fence interaction.* Annals of glaciology, 38 (2004), 135–138.
- 9** - Sampl, P; Naaïm Bouvet, F; Naaïm, M  
*Interaction between dams and powder-snow avalanches.* Journal of fluid mechanics, 509 (2004), 181–206.
- 10** - Chacón Rebolo, T; Fernández Nieto, E.D; Gómez Mármol, M  
*A flux-splitting solver for shallow water equations with source term.* Int. J. Numer. Meth. Fluids, 41, (2003) pp. 1-33.
- 11** - Chacón Rebollo, T; Domínguez Delgado, A; Fernández Nieto, E.D  
*A family of stable numerical solvers for the shallow water equations with source terms.* Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.,192, (2003) pp. 203-225.
- 12** - Tomas Chacon Rebollo; Antonio Dominguez Delgado; Enrique Domingo Fernandez Nieto  
*Well-Balanced Finite Volume Schemes: Some Stability and Convergence Results.* Monografías del Seminario Matemático "García de Galdeano". Zaragoza, España. Prensas Universitarias de Zaragoza. Vol. 1. 2004. Pag. 101-110.
- 13** - Noble, Pascal  
*Existence et stabilité de roll-waves pour les équations de Saint Venant.* C. R. Math. Acad. Sci. Paris 338 (2004), no. 10, 819–824.
- 14** - Noble, Pascal  
*On the spectral stability of roll-waves.* Indiana. Univ. Math. Journal 55 (2006), no. 2.
- 15** - Noble, Pascal  
*Existence of pulsating roll-waves for the Saint Venant equations.* Accepté pour publication dans Archive for Rational Mechanics and Analysis (2006).
- 16** - Etienne, Jocelyn; Saramito, Pierre  
*Estimations d'erreur a priori de la méthode de Lagrange-Galerkin pour les systèmes de type Kazhikhov-*



*Smagulov*. C. R. Math. Acad. Sci. Paris 341 (2005)

**17** - Bensaada, Mohamed; Esselaoui, Driss; Saramito, Pierre

*Second-order Galerkin-Lagrange method for the Navier-Stokes equations*. Numer. Methods Partial Differential Equations 21 (2005), no. 6, 1099–1121.

**18** - Roquet, Nicolas; Saramito, Pierre

*An adaptive finite element method for Bingham fluid flows around a cylinder*. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 192 (2003)