

**Ex1 (corrigé) simulation d'un lancer de dé à 6 faces (initiation)**

On souhaite simuler 1000 lancers d'un dé équilibré à 6 faces, puis présenter sous forme d'un tableau les effectifs obtenus pour chaque issue 1,2,3,4,5,6 et représenter ces résultats sous forme d'un diagramme en bâtons. On souhaite aussi pouvoir faire varier la taille de l'échantillon, pour en observer l'effet sur les fluctuations d'échantillonnage.

**a - Remplissage d'un tableau d'une colonne et de 1 000 lignes de nombres entiers au hasard compris entre 1 et 6.**

Sélectionner la cellule A10.

Taper la formule  $=1+ENT(ALEA()*6)$

Valider la formule par la touche **Entrée** ou en cliquant sur la coche verte à gauche de la formule dans la barre de formule.

Sélectionner à nouveau la cellule A10.

Cliquer, avec le bouton gauche de la souris, sur la poignée de recopie (le carré du coin en bas à droite de la cellule), le curseur prend la forme d'une croix noire et sans lâcher le cliquage, descendre le curseur jusqu'à la cellule A1009, lâcher le cliquage. La colonne se remplit alors de nombres entiers au hasard compris entre 1 et 6 après avoir éventuellement appuyé sur la touche **F9**. On a ainsi simulé 1 000 lancers d'un dé équilibré à 6 faces.

**b - Décompte des résultats des 1 000 lancers**

Taper **Face** : dans la cellule A2, valider.

Taper **1** dans la cellule B2, valider. Taper **2** dans la cellule C2, valider.

Sélectionner les deux cellules B2 et C2 en cliquant dans l'une et en lâchant le cliquage dans l'autre.

Utiliser la poignée de recopie de cette sélection jusqu'à la cellule G2, 3, 4, 5 et 6 apparaissent dans la suite des cellules.

Taper **Nombre d'apparitions** : dans la cellule A3, puis valider.

Dans la cellule B3, taper  $=NB.SI(\$A10:\$A1009;B2)$ , puis valider. Cela a pour effet de compter le nombre de cellules dont le contenu est le même que celui de la cellule B2 dans la plage A10:A1009. Les dollars sont insérés pour éviter que les références de colonnes changent lors de la recopie qui va suivre.

Sélectionner la cellule B3 et la recopier en utilisant la poignée de recopie jusqu'à la cellule G3.

En appuyant éventuellement sur la touche **F9**, on obtient le décompte des résultats.

**c - Pour simuler un nombre de lancers fixé à l'avance. (peut être mis de côté dans une première approche )**

Sélectionner la cellule A1, l'appeler N par la commande **Insertion, Nom, Définir** puis taper N et valider. Saisir dans cette cellule le nombre N (choisi  $\leq 1\ 000$ ) de lancers simulés, par exemple 500.

Sélectionner la cellule B3, modifier le contenu de la barre de formule pour obtenir :

$=NB.SI(\$A10:DECALER(\$A10;N-1;0);B2)$ .

Cela a pour effet de compter le nombre de cellules dont le contenu est le même que celui de la cellule B2 dans la plage qui va de A10 à la cellule obtenue à partir de A10 en décalant de N - 1 cellules vers le bas et de 0 vers la droite.

Recopier en utilisant la poignée de recopie le contenu de la cellule B3 jusqu'à la cellule G3.

Essayer avec 600 lancers sans oublier de redemander éventuellement le recalcul par la touche **F9**.

On peut avoir facilement la fréquence de chaque face en tapant  $=B3/N$  dans la cellule B4 et en recopiant cela jusqu'à G4.

Taper dans la cellule A4, **Fréquences d'apparition** :

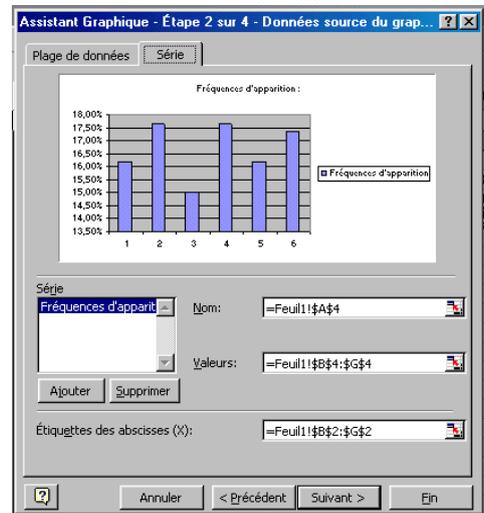
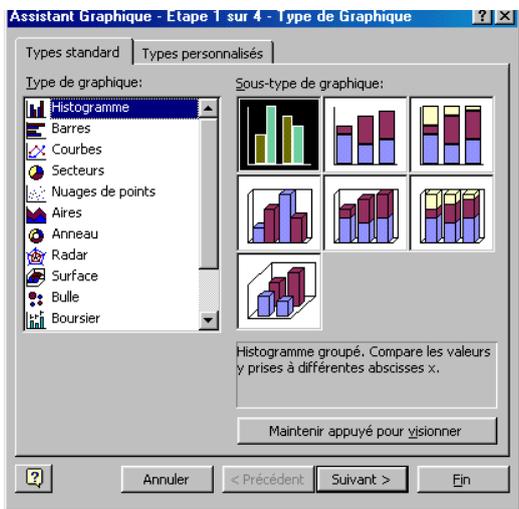
On peut avoir le résultat en pourcentage en sélectionnant les cellules concernées et en cliquant sur le bouton **%**. De la même façon, en utilisant le bouton "Ajouter une décimale", on peut affiner la précision du résultat.

## d - Illustration des résultats par un graphique

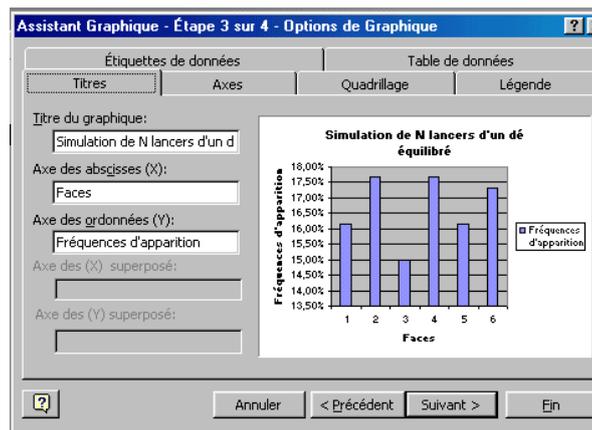
Sélectionner la plage A4:G4.

Cliquer sur le bouton Assistant graphique  ou utiliser la commande **Insertion, Graphique**.

Sélectionner le type de graphique **Courbes** et le sous-type de graphique proposé par défaut : **Histogramme**. En cliquant sur **Maintenir appuyé pour visionner**, on a un aperçu du graphique obtenu.

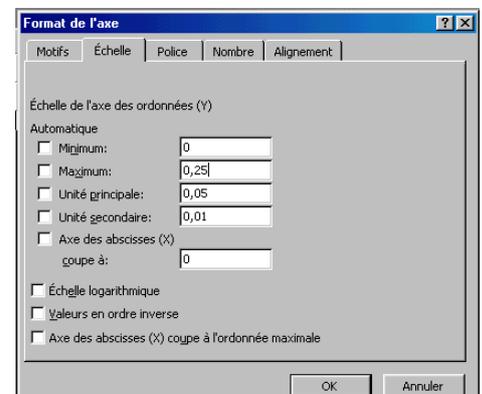
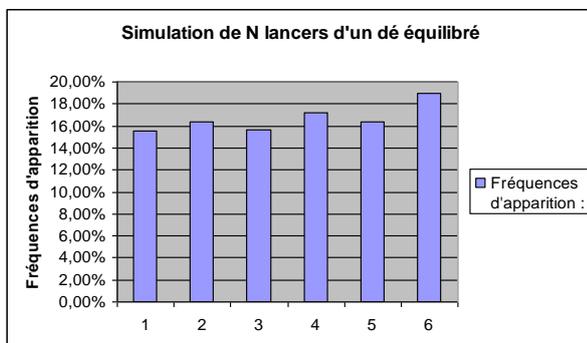


En cliquant sur le bouton **Suivant**, on obtient une fenêtre permettant de modifier les plages de données.



En cliquant sur le bouton **Suivant**, on obtient une fenêtre permettant de choisir les légendes du graphique.

Après avoir renseigné les rubriques voulues, cliquer ensuite sur **Suivant**, puis sur **Insérer le graphique en tant qu'objet dans Feuil1**. Cliquer sur **Fin**. On peut ensuite déplacer et redimensionner le graphique.



### Modification de l'échelle de l'axe des ordonnées :

Cliquer sur l'axe des ordonnées avec le bouton droit de la souris, choisir **Format de l'axe**, onglet **Echelle**, décocher toutes les cases et renseigner les rubriques selon le modèle ci-contre. Le graphique se réactualise à chaque modification des données (modification de N ou appui sur la touche **F9**).

## EX2 : simulation d'un dé truqué

On suppose que le dé est truqué de façon à ce que la face 3 apparaisse 2 fois plus souvent que les autres.

Les objectifs sont les mêmes que pour le précédent exercice

Insérer une autre feuille par la commande **Insertion, Feuille**.

Sélectionner la cellule A10 y saisir la formule  $=1+ENT(ALEA()*7)$ . Dans la cellule B10, saisir  $=SI(A10=7;3;A10)$ , cette formule a pour effet de remplacer les 7 par des 3. Puis procédez comme précédemment

## EX3 : Lancer de trois dés

Au XVI<sup>ème</sup> siècle un jeu consistant à lancer trois dés et à totaliser les points obtenus se pratiquait à la cour du grand duc de Toscane. Joueur assidu, le grand duc avait observé qu'on obtenait plus souvent 10 que 9 points.

Cela le surprenait car 10 et 9 se décomposent tous deux de 6 façons :

$9 = 1+2+6$	$10 = 1+3+6$
$1+3+5$	$1+4+5$
$1+4+4$	$2+2+6$
$2+2+5$	$2+3+5$
$2+3+4$	$2+4+4$
$3+3+3$	$3+3+4$

Simuler ce jeu. Qu'en pensez-vous ? Cardan mathématicien a séché sur ce problème. Galilée a résolu le problème

## EX4 : Simulation de familles de 4 enfants :

On suppose que chaque naissance a autant de chances d'être celle d'un garçon ou d'une fille et que le sexe d'un enfant d'une famille ne dépend pas du sexe des enfants précédents. On simule 1000 familles de 4 enfants puis on décompte le nombre de garçons par familles et on représente la distribution de fréquences pour ces 1000 familles.

On peut simuler le sexe d'un enfant pas la formule suivante formule  $=SI(1+ENT(ALEA()*2)=1;"G";"F")$

La formule  $1+ENT(ALEA()*2)$  donne au hasard 1 ou 2 ; le résultat 1 est transformé en G et le résultat 2 en F.

Par recopie on remplit 'un tableau de 4 colonnes et de 1 000 lignes avec F (naissance d'une fille) ou G (naissance d'un garçon).

Pour chaque famille on décompte le nombre de garçons par famille

Enfin on décompte les différents types de famille (0,1,2,3, ou 4 garçons)

Remarque : on peut aussi simuler le sexe d'un enfant par la formule suivante :  $SI((ALEA())<0,5;"G";"F")$ ,

## EX5 : Simuler un tirage dans une urne

a) Simuler le tirage d'une boule dans une urne contenant des boules noires et des boules blanches dans les proportions respectives  $p, 1-p$  ( $p$  compris entre 0 et 1) (Définir  $p$  et utiliser la formule  $SI((ALEA())<p;"1";"0")$ ,

b) Simuler un tirage avec remise de 100 boules (échantillon de taille 100) et observer les fluctuations de la fréquence de boules noires.

c) Simuler 1000 échantillons de taille 100 Représenter la distribution des 1000 fréquences observées. Faire varier  $p$ . Observer

## EX6 : Surréservation en avion (évaluer une probabilité)

Les compagnies aérienne pratiquent la surréservation (surbooking) c'est-à-dire vendent plus de billet qu'il n'y a de place dans l'avion. Ainsi une compagnie dispose d'un avion de 100 places et vend 107 réservations.

On fait l'hypothèse qu'une personne réservant une place d'avion a une chance sur 10 de ne pas se présenter à l'embarquement. Evaluer à l'aide d'une simulation la probabilité de surréservation.

( Remarque : notons  $X$  la variable aléatoire qui désigne le nombre de passagers parmi les 104 se présentant à l'embarquement  $X$  suit une loi binomiale de paramètres 107 ; 0,9. Il s'agit de calculer  $p(X>100)$  soit  $1-p(X\leq 100)$

Le calcul de cette probabilité peut s'effectuer sur tableur par la formule «  $=1-LOI.BINOMIALE(100;107;0,9;VRAI)$  »).

## HAIDE A LA PRISE DE DECISION

### EX7 : Taux anormal de leucémie

Une petite ville des États-Unis a connu 9 cas de leucémie chez de jeunes garçons en l'espace de 10 années. Doit-on, comme l'ont alors affirmé les autorités, en accuser le hasard ?

Woburn est une petite ville industrielle du Massachusetts, au Nord-Est des États-Unis. Du milieu à la fin des années 1970, la communauté locale s'émeut d'un grand nombre de leucémies infantiles survenant en particulier chez les garçons dans certains quartiers de la ville. Les familles se lancent alors dans l'exploration des causes et constatent la présence de décharges et de friches industrielles ainsi que l'existence de polluants. Dans un premier temps, les experts gouvernementaux concluent qu'il n'y a rien d'étrange. Mais les familles s'obstinent et saisissent leurs propres experts. Une étude statistique montre qu'il se passe sans doute quelque chose « d'étrange ».

Le tableau suivant résume les données statistiques concernant les garçons de moins de 15 ans, pour la période 1969-1979 (Source : Massachusetts Department of Public Health).

Population des garçons de moins de 15 ans à Woburn selon le recensement de 1970 :	Nombre de cas de leucémie infantile observés chez les garçons à Woburn entre 1969 et 1979	Fréquence des leucémies aux Etats-Unis (garçons) : $p$
5 969	9	0,000 52

La question statistique qui se pose est de savoir si le hasard seul peut raisonnablement expliquer le nombre de leucémies observées chez les jeunes garçons de Woburn, considérés comme résultant d'un échantillon prélevé dans la population américaine.

Une simulation sur tableur permet d'y répondre. La population des États-Unis étant très grande par rapport à celle de Woburn, on va considérer les 5969 garçons comme un échantillon qui résulte d'un tirage avec remise dans une urne (assimilée à la population des Etats Unis) où la proportion de boules portant la lettre L est 0,000 52 .

Réaliser ainsi 100 échantillons de taille 5969 et observer le nombre de « cas de leucémies » simulés, sous l'hypothèse d'une probabilité « normale ». Conclure.

Commentaire : ce taux anormalement élevé de leucémies est officiellement confirmé par le Département de Santé Publique du Massachusetts en avril 1980. Les soupçons se portent alors sur la qualité de l'eau de la nappe phréatique qui, par des forages, alimente la ville. On découvre ainsi le syndrome du trichloréthylène.

### EX8 : Contester un jugement

En Novembre 1976 dans un comté du sud du Texas, Rodrigo Partida était condamné à huit ans de prison. Il attaqua ce jugement au motif que la désignation des jurés de ce comté était discriminante à l'égard des Américains d'origine mexicaine. Alors que 79,1% de la population de ce comté était d'origine mexicaine, sur les 870 personnes convoqués pour être jurés lors d'une certaine période de référence, il n'y eut que 339 personnes d'origine mexicaine..

Les données étudiées constituent elles une « preuve statistique » du fait que la constitution de ces jurys n'est pas totalement aléatoire, c'est-à-dire que ceux-ci ne sont pas « représentatifs » de la population, du point de vue du caractère hispanique ? Faire une simulation pour répondre.

### EX9 : Garçons ou filles à la naissance

Les données statistiques suivantes ont été relevées :

- en 2000, dans le village de Xicun, en Chine, il est né 20 enfants, parmi lesquels 16 garçons,
- dans la réserve indienne d'Aamjiwnaag, située au Canada à proximité d'industries chimiques, il est né entre 1999 et 2003, 132 enfants dont 46 garçons.

Ces observations sont-elles le fruit du hasard ?

Commentaires

Les résultats observés sur les naissances à Xicun et Aamjiwnaag sont « bizarres » (et préoccupants). Rien de plus ne peut être dit quant aux causes, mais ces résultats doivent inciter à enquêter.

Pour le cas de Xicun, la cause probable est l'acquisition dans ce village (en 1999) d'une machine à ultra-sons bon marché, permettant aux médecins de déterminer le sexe du fœtus.

(Source : Washington Post du 29 mai 2001.)

Dans le cas d'Aamjiwnaag, une enquête sanitaire est menée. En effet, depuis Seveso, le rôle de certains polluants sur les déséquilibres du sex-ratio est connu. (Sources : Science et Vie février 2006 – Environmental Health Perspectives octobre 2005, article en anglais en ligne.)

### EX10 : Anniversaires dans une classe

Plusieurs élèves d'une même classe ont fêté leur anniversaire le même jour. Est-ce un événement rare ou fréquent dans une classe de 35 élèves ?

Simuler les dates d'anniversaire d'une classe de 35 élèves. (On fait l'hypothèse que le jour de naissance est équiréparti sur les 365 jours de l'année et on ne tient pas compte des années bissextiles) Observer pour chaque jour de l'année le nombre d'anniversaires d'élèves, puis sur l'année s'il y a au moins deux élèves qui fêtent leur anniversaire le même jour.

### EX11 : Politique nataliste sexiste

Les naissances au sein d'une famille s'arrêtent

- soit à la naissance du premier garçon

- soit lorsque la famille compte 4 enfants.

Quelle sera l'influence de cette politique nataliste sur la répartition entre sexes ?

Certains répondent qu'il y aura plus de garçons puisqu'environ 50% des familles auront un garçon et pas de fille. D'autres répondent qu'il y aura plus de filles à cause des familles de plus de 2 enfants. Alors ?

Simuler 1000 familles de 4 enfants

Pour une famille, la première cellule correspond au sexe du premier enfant et sera aléatoirement F ou G

La deuxième cellule sera 0 si la précédente est G sinon aléatoirement F ou G :  $\text{SI}(A1=G ; 0 ; \text{SI}(\text{ALEA}() < 0,5 ; G ; F))$

La troisième cellule sera 0 si la précédente est G ou 0 sinon aléatoirement F ou G :

$=\text{SI}(\text{OU}(B20="G"; B20=0); 0; \text{SI}(\text{ALEA}() < 0,5; "G"; "F"))$ . On définit de même quatrième cellule. On détermine ensuite le nombre de garçons et de filles de cette famille simulée. Il reste à simuler ainsi 1000 familles et à conclure !

### EX12 : Désintégration nucléaire

Un noyau radioactif d'une substance radioactive ( par exemple carbone 14 ...) a la propriété suivante :

si le noyau n'est pas désintégré l'année  $n$ , la probabilité  $p$  pour qu'il se désintègre l'année  $n+1$  ne dépend pas de son « âge » ( $p$  est constant). Autrement dit, la probabilité pour qu'il désintègre l'année  $n+1$  sachant qu'il n'est pas encore désintégré l'année  $n$  est indépendante de  $n$  et est égale à  $p$ .

Simuler la vie de 2000 noyaux et représenter la série statistique des années de désintégration de ces 2000 noyaux. Définir  $p$  afin de pouvoir le faire varier

### EX13 : Promenade aléatoire sur les sommets d'un tétraèdre

On promène un pion sur les sommets d'un tétraèdre. Toutes les secondes on déplace le pion d'un sommet à un autre, en choisissant au hasard parmi les trois sommets possibles. On s'intéresse au temps écoulé entre le début de la promenade du pion et le premier retour au point de départ. On limite la promenade à une minute. On veut estimer le « temps » moyen mis pour revenir au sommet de départ

On pourra numéroter les sommets 0, 1, 2, 3. Le sommet de départ est noté 0

La marche aléatoire peut être simulée en ajoutant un nombre aléatoire entier entre 1 et 3 modulo 4 (fonction MOD sur tableur).

Compter le nombre de coups pour revenir à 0

