Opérations booléennes

Xavier OUVRARD
Lycée International
Ferney-Voltaire

Cours ISN 2012-13

Algèbre de Boole

- On considère l'ensemble B = {0, 1} (ou encore {faux, vrai})
- Sur cet ensemble on va définir deux lois :
  - Le ET
  - Le OU inclusif

Ainsi qu'une transformation : le contraire NON

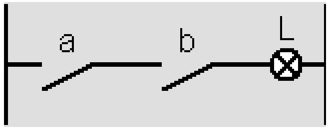
Conjontion logique : ET

- Table de vérité :

a	b	a ET b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

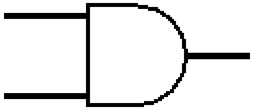
- a ET b vrai ssi a est vrai et b est vrai

•Électriquement, schématisé par deux interrupteurs NO (normalement ouverts) en série



Source Wikipedia

• Représentation normalisée pour les circuits électroniques



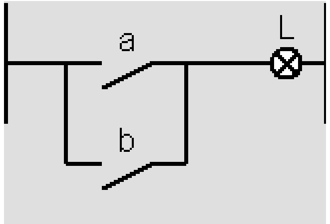
Disjontion logique : OU inclusif

- Table de vérité :

a	b	a OU b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

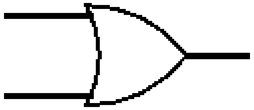
- a OU b vrai ssi a est vrai ou b est vrai

•Électriquement, schématisé par deux interrupteurs NO en parallèle.



Source Wikipedia

• Représentation normalisée pour les circuits électroniques



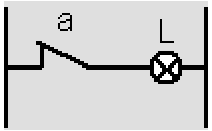
Négation logique : NON

- Table de vérité :

a	NON(a)
0	1
1	0

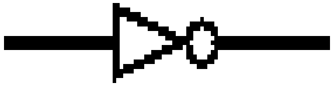
- NON(a) vrai ssi a est faux

•Électriquement, schématisé par un interrupteur NF.



Source Wikipedia

• Représentation normalisée pour les circuits électroniques



Symboles utilisés

	Mathématiques	Informatique
ET	^, .	&, &&, AND
OU	V, +	|, ||, OR
NON	$\neg$, $\overline{}$, non	!, NOT

Propriétés (1)

- Associativité

  (a OU b) OU c = a OU (b OU c) = a OU b OU c

  (a ET b) ET c = a ET (b ET c) = a ET b ET c

- Commutativité

  a OU b = b OU a   a ET b = b ET a

- Distributivité

  a OU (b ET c) = (a ET b) OU (a ET c)

  a ET (b OU c) = (a OU b) ET (a OU c)

Propriétés (2)

- Idempotence

  a OU a OU... OU a = a   a ET a ET … ET a = a

- Neutre

  a OU FAUX = a   a ET VRAI = a

- Élément nul

  a OU VRAI = VRAI   a ET FAUX = FAUX

Propriétés (3)

- Complémentarité :
  - a = NON(NON(a))
  - a OU NON(a) = VRAI
  - a ET NON(a) = FAUX
- Priorité

  Le NON est prioritaire, puis le ET, puis le OU
- Lois de Morgan

  NON (a ET b) = NON (a) OU NON (b)

  NON (a OU b) = NON (a) ET NON (b)

Disjonction exclusive

- Le OU inclusif :

  a OU b vrai = a vrai ou b vrai ou les deux vrais

- Le OU exclusif (noté XOR) :

  a XOR b vrai = a vrai ou b vrai mais pas les deux

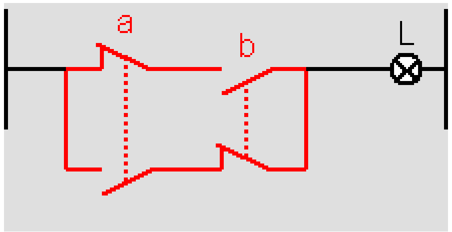
  a XOR b = (a OU b) ET NON(a ET b)

  = (a ET NON(b)) OU (NON(a) ET b)

- Table de vérité

a	b	a XOR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Schéma électrique :



Source : Wikipédia

Non et et non ou

- Le non ET (noté NAND)

  a NAND b vrai = NON (a ET b)

- Le non OU (noté NOR) :

  a NOR b vrai = NON(a OU b)

- Table de vérité

a	b	a NAND b
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

a	b	a NOR b
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0