IREM de Lyon
Groupe de travail ISN

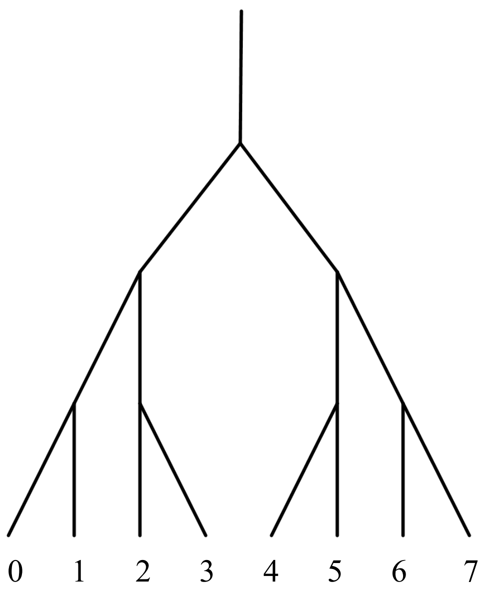
Introduction au codage binaire

Prérequis
Aucun prérequis pour cette activité qui peut par conséquent être la première de l'année.

Objectif
Introduction au codage binaire à l'aide d'une activité permettant de découvrir la construction d'un nombre binaire.

Mise en oeuvre
Activité en classe entière, sans matériel spécifique. Durée 30 minutes.

Enoncé de l'activité : dans une gare de triage, les wagons sont rangés sur 8 voies numérotées de 0 à 7.



Pour effectuer le tri, les aiguillages sont actionnés vers la gauche (position 0) ou vers la droite (position 1).

q1. Donner, pour chaque voie de garage, la séquence des positions correspondantes.
Voie n°0 : 000 ; Voie n°1 : 001 ; n°2: 010 ; n°3 : 011 ; n°4 : 100 ; n°5 : 101 ; n°6 : 110 ; n°7 : 111

A chaque voie correspond un code qui s'écrit uniquement avec des 0 et des 1 : il s'agit d'un langage binaire, ou base 2. Avec 3 chiffres binaires (3 bits), on code les 8 premiers nombres de 0 à 7.

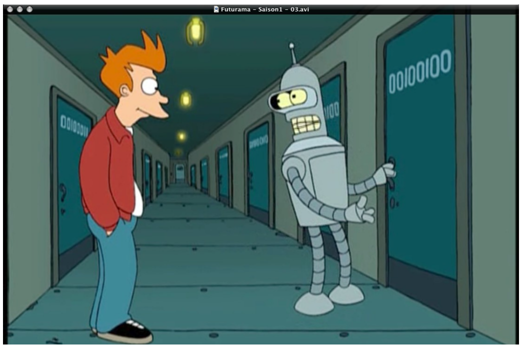
Remarque : Pour écrire tous les nombres, on utilise les chiffres de 0 à 9 : on travaille en base 10.

q2. On souhaite doubler la capacité de triage. Compléter le schéma .
Comment sont codées alors les voies de 0 à 7 ?
à l'identique des précédentes sauf qu'on ajoute un 0 devant.
En déduire le codage des voies 8 à 15.
n°8 : 1000 ; n°9 : 1001 ; n°10: 1010 ; n°11 : 1011 ; n°12 : 1100 ; n°13 : 1101 ; n°14 : 1110 ; n°15 : 1111

Le fait d'ajouter le chiffre 1 devant chaque nombre binaire a permis d'ajouter 8 à leur valeur décimale.
Avec 4 bits, on code les 16 premiers nombres de 0 à 15.
Rajouter à nouveau 1 permettrait d'ajouter 16
Dans le codage binaire, à chaque chiffre (bit) correspond une puissance de 2 ainsi disposée :

2^{n-1}			2^3	2^2	2^1	2^0

Ex : $1001010_2 = 1\times 2^6 + 1\times 2^3 + 1\times 2^1 = 64+8+2 = 74$



Ex : le n° de la chambre de Bender (D-A : Futurama) est :
$00100100_2 = 1\times 2^5 + 1\times 2^2 = 32+4 = 36$

rmq : Avec n bits, on peut coder les nombres de 0 à $2^0+2^1+2^2+\ldots 2^{n-1} = 2^n - 1$, c'est à dire 2^n nombres.

Ex :
Traduction en binaire des nombres 64 – 65 – 72 – 76 – 63.

exercice : proposer 5 nombres entiers et leur traduction binaire, et inversement (dans les deux cas, l'écriture binaire se fera sur 8 bits maximum).

Analyse de la séquence
Les élèves sont rentrés facilement dans cette activité ne nécessitant aucun prérequis.
Elle leur permet de commencer à écrire des nombres binaires sans même que ce mot ne soit prononcé.
Elle montre aussi l'influence de chaque chiffre ajouté en tête d'écriture, donnant ainsi un sens à chaque position. Les élèves découvrent par eux-même le principe du codage et donc du décodage.

Ouverture-prolongement
Il est possible d'enchaîner :
- soit sur les algorithmes de traduction (dans les deux sens)
- soit sur les opérations (addition/multiplication) puis sur l'écriture des relatifs.