

Jeux combinatoires: du labo à la classe

Eric Duchêne, Aline Parreau

Laboratoire LIRIS, Université Lyon 1

Séminaire de l'IREM, 23 juin 2017



Jeux combinatoires : définition

Définition stricte [Berlekamp, Conway et Guy, *Winning Ways*, 1981]

Jeux combinatoires : définition

Définition stricte [Berlekamp, Conway et Guy, *Winning Ways*, 1981]

- 2 joueurs exactement



Echecs



Tarot



Othello



Dames



Morpion



Petits chevaux



Go

Jeux combinatoires : définition

Définition stricte [Berlekamp, Conway et Guy, *Winning Ways*, 1981]

- 2 joueurs exactement



Echecs



Tarot



Othello



Dames



Morpion



Petits chevaux



Go

Jeux combinatoires : définition

Définition stricte [Berlekamp, Conway et Guy, *Winning Ways*, 1981]

- 2 joueurs exactement
- Information totale, pas de hasard



Echecs



Tarot



Othello



Dames



Morpion



Petits chevaux



Go

Jeux combinatoires : définition

Définition stricte [Berlekamp, Conway et Guy, *Winning Ways*, 1981]

- 2 joueurs exactement
- Information totale, pas de hasard



Echecs



Tarot



Othello



Dames



Morpion



Petits chevaux



Go

Jeux combinatoires : définition

Définition stricte [Berlekamp, Conway et Guy, *Winning Ways*, 1981]

- 2 joueurs exactement
- Information totale, pas de hasard
- Nombre fini de tours, pas de partie nulle, toujours un gagnant



Echecs



Tarot



Othello



Dames



Morpion



Petits chevaux



Go

Jeux combinatoires : définition

Définition stricte [Berlekamp, Conway et Guy, *Winning Ways*, 1981]

- 2 joueurs exactement
- Information totale, pas de hasard
- Nombre fini de tours, pas de partie nulle, toujours un gagnant



Echecs



Tarot



Othello



Dames



Morpion



Petits chevaux



Go

Jeux combinatoires : définition

Définition stricte [Berlekamp, Conway et Guy, *Winning Ways*, 1981]

- 2 joueurs exactement
- Information totale, pas de hasard
- Nombre fini de tours, pas de partie nulle, toujours un gagnant
- Vainqueur uniquement déterminé par le dernier coup (pas de score). **Convention normale** : celui qui joue le dernier coup gagne.



Echecs



Tarot



Othello



Dames



Morpion



Petits chevaux



Go

Jeux combinatoires : définition

Définition stricte [Berlekamp, Conway et Guy, *Winning Ways*, 1981]

- 2 joueurs exactement
- Information totale, pas de hasard
- Nombre fini de tours, pas de partie nulle, toujours un gagnant
- Vainqueur uniquement déterminé par le dernier coup (pas de score). **Convention normale** : celui qui joue le dernier coup gagne.



Echecs



Tarot



Othello



Dames



Morpion

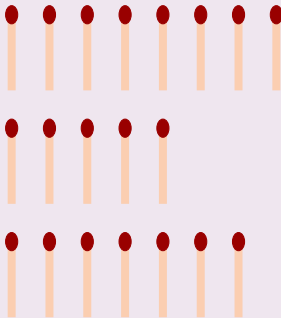


Petits chevaux



Go

Jeu de NIM



A tour de rôle, 2 joueurs retirent des allumettes dans une seule ligne. Celui qui prend la dernière allumette gagne.

Un exemple : DOMINEERING

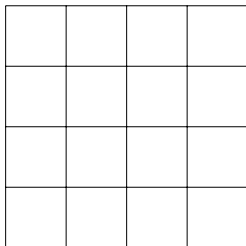
DOMINEERING

Une grille $n \times m$. A tour de rôle, aLine et eRic posent un domino sur la grille.

aLine : verticalement.

eRic : horizontalement.

Le premier joueur bloqué perd.



Un exemple : DOMINEERING

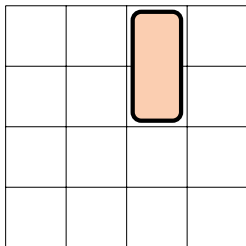
DOMINEERING

Une grille $n \times m$. A tour de rôle, aLine et eRic posent un domino sur la grille.

aLine : verticalement.

eRic : horizontalement.

Le premier joueur bloqué perd.



Un exemple : DOMINEERING

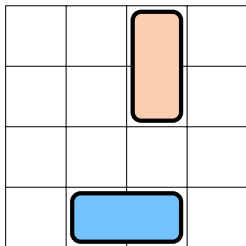
DOMINEERING

Une grille $n \times m$. A tour de rôle, aLine et eRic posent un domino sur la grille.

aLine : verticalement.

eRic : horizontalement.

Le premier joueur bloqué perd.



Un exemple : DOMINEERING

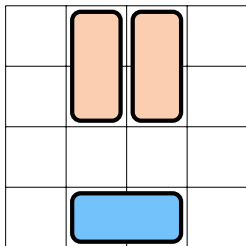
DOMINEERING

Une grille $n \times m$. A tour de rôle, aLine et eRic posent un domino sur la grille.

aLine : verticalement.

eRic : horizontalement.

Le premier joueur bloqué perd.



Un exemple : DOMINEERING

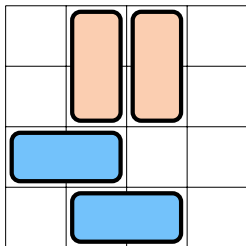
DOMINEERING

Une grille $n \times m$. A tour de rôle, aLine et eRic posent un domino sur la grille.

aLine : verticalement.

eRic : horizontalement.

Le premier joueur bloqué perd.



Un exemple : DOMINEERING

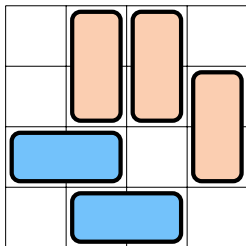
DOMINEERING

Une grille $n \times m$. A tour de rôle, aLine et eRic posent un domino sur la grille.

aLine : verticalement.

eRic : horizontalement.

Le premier joueur bloqué perd.



aLine gagne!

Issue du jeu. Qui gagne ?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

Issue du jeu. Qui gagne ?

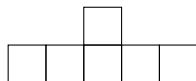
Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence ?

Issue du jeu. Qui gagne ?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

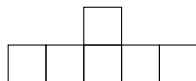
Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence ?



Issue du jeu. Qui gagne?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

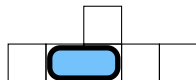
Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence?



Issue du jeu. Qui gagne ?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence ?

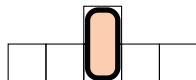


Problématique du domaine

Issue du jeu. Qui gagne ?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

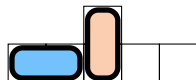
Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence ?



Issue du jeu. Qui gagne?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

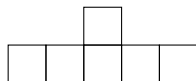
Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence?



Issue du jeu. Qui gagne?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence?

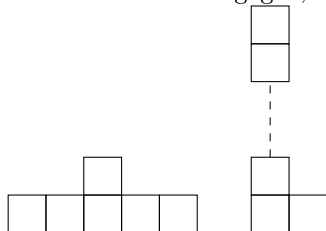


\mathcal{R}

Issue du jeu. Qui gagne?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence?



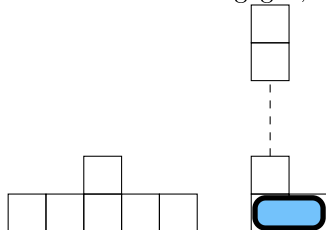
\mathcal{R}

Problématique du domaine

Issue du jeu. Qui gagne ?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence ?



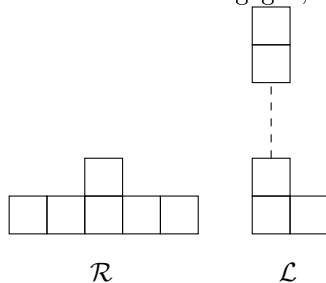
\mathcal{R}

Problématique du domaine

Issue du jeu. Qui gagne?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence?

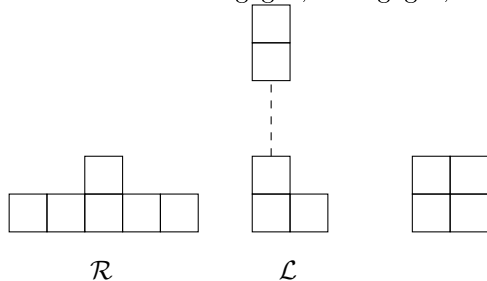


Problématique du domaine

Issue du jeu. Qui gagne?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence?

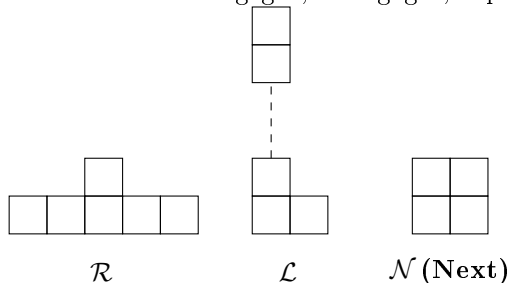


Problématique du domaine

Issue du jeu. Qui gagne ?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence ?

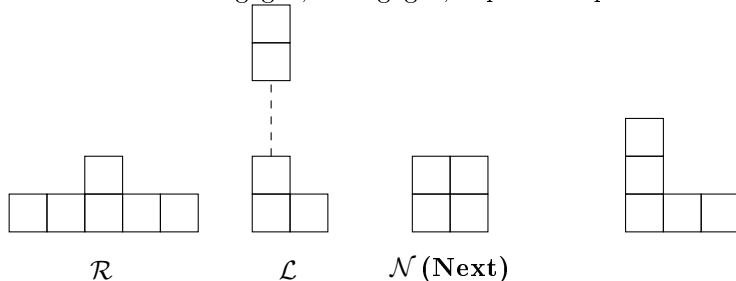


Problématique du domaine

Issue du jeu. Qui gagne?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence?

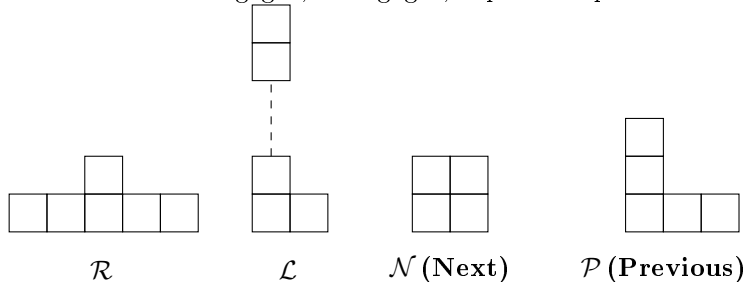


Problématique du domaine

Issue du jeu. Qui gagne?

Décider qui est le gagnant du jeu, en supposant les deux joueurs intelligents.

Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence?

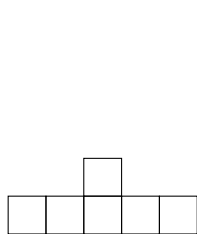


Problématique du domaine

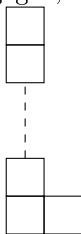
Issue du jeu. Qui gagne?

Décider si un jeu est \mathcal{L} , \mathcal{R} , \mathcal{N} ou \mathcal{P} .

Possibilités : aLine gagne, eRic gagne, dépend de qui commence?



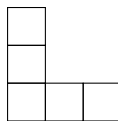
\mathcal{R}



\mathcal{L}



\mathcal{N} (Next)

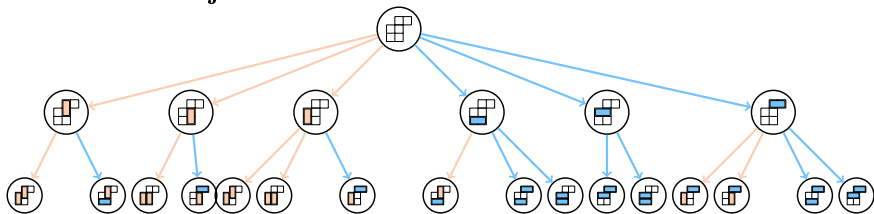


\mathcal{P} (Previous)

Outil : **arbre de jeu**

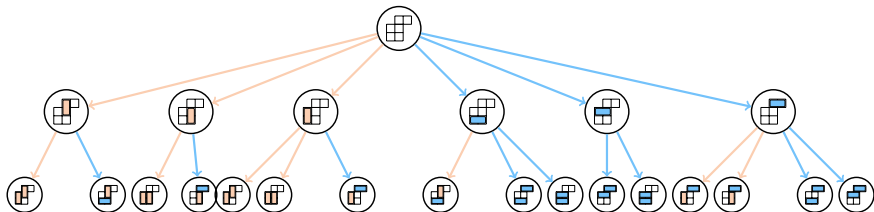
Déterminer l'issue du jeu

Outil : arbre de jeu

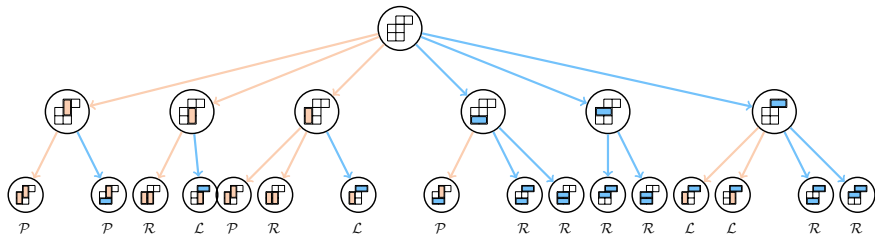


Déterminer l'issue du jeu

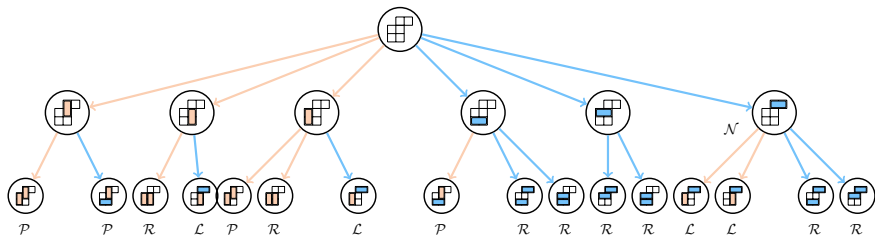
Déterminer l'issue du jeu



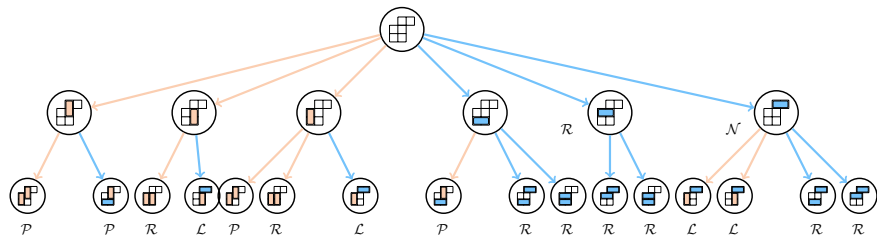
Déterminer l'issue du jeu



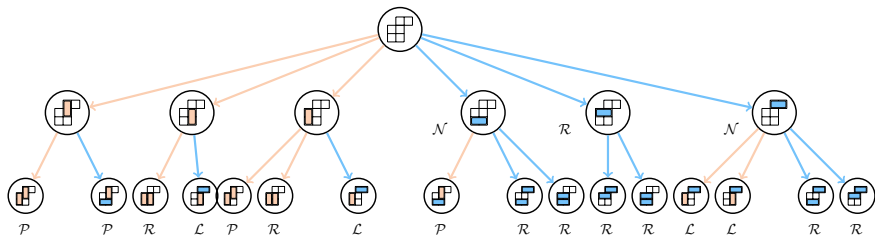
Déterminer l'issue du jeu



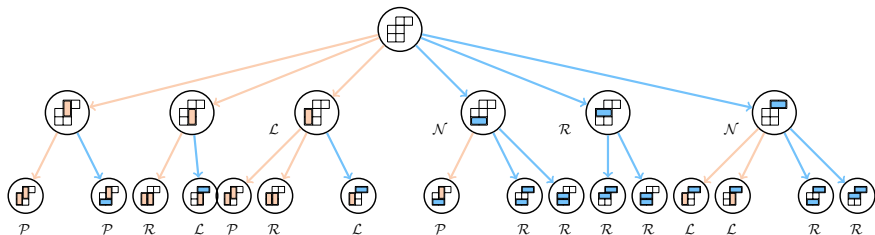
Déterminer l'issue du jeu



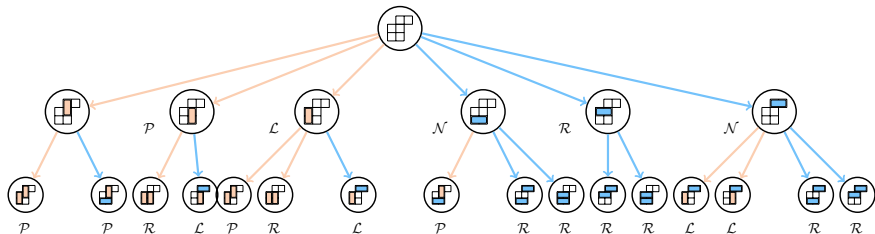
Déterminer l'issue du jeu



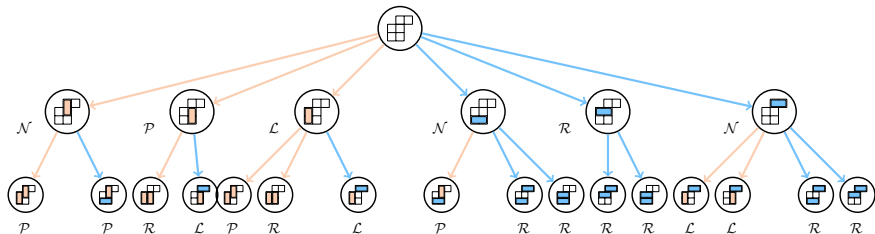
Déterminer l'issue du jeu



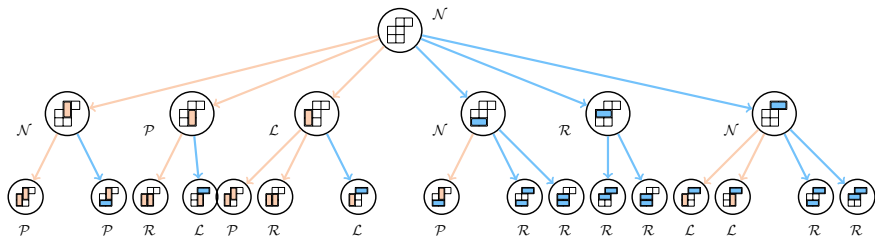
Déterminer l'issue du jeu



Déterminer l'issue du jeu



Déterminer l'issue du jeu



Graphe de jeu : algo exact mais problème de complexité. Outil peu exploitable, sauf pour émettre des conjectures.

Graphe de jeu : algo exact mais problème de complexité. Outil peu exploitable, sauf pour émettre des conjectures.

Théorème

Une position (a_1, \dots, a_n) de NIM est \mathcal{P} si et seulement si $a_1 \oplus \dots \oplus a_n = 0$.

Graphe de jeu : algo exact mais problème de complexité. Outil peu exploitable, sauf pour émettre des conjectures.

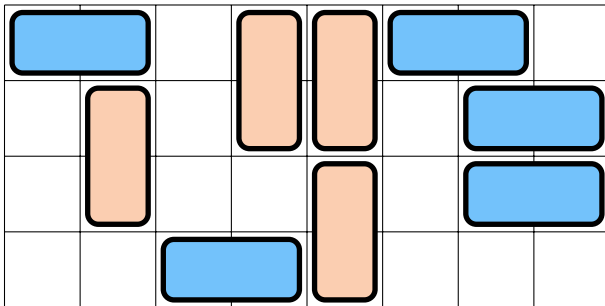
Théorème

Une position (a_1, \dots, a_n) de NIM est \mathcal{P} si et seulement si $a_1 \oplus \dots \oplus a_n = 0$.

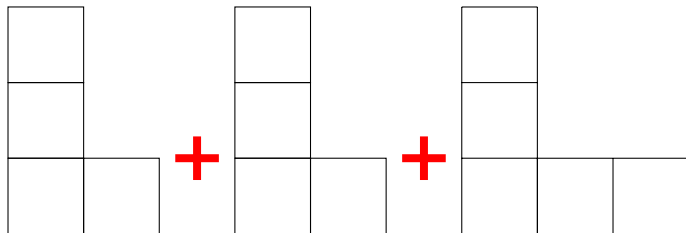
Pour DOMINEERING, la complexité du calcul de l'issue est ouverte.

Autre outil : somme de jeux

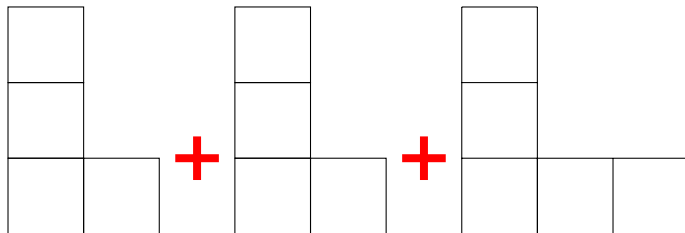
Autre outil : somme de jeux



Autre outil : somme de jeux



Autre outil : somme de jeux

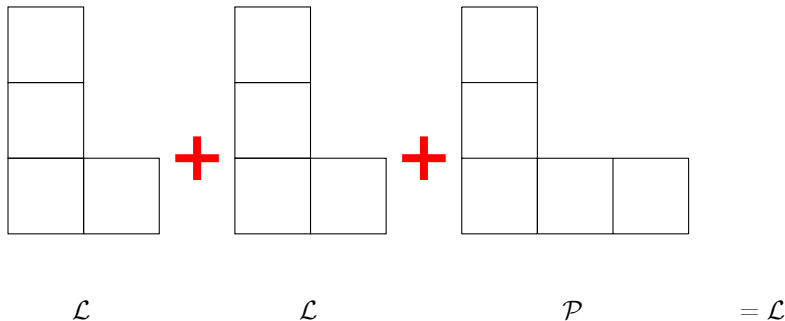


\mathcal{L}

\mathcal{L}

\mathcal{P}

Autre outil : somme de jeux



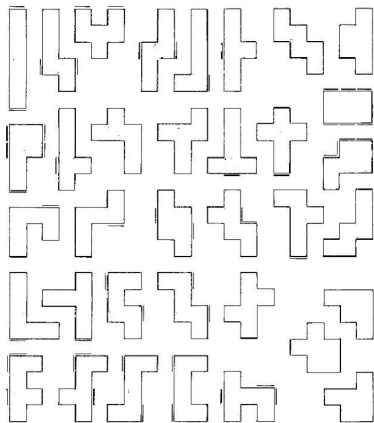
Somme de jeux

Somme de jeux

$+$	\mathcal{P}	\mathcal{N}	\mathcal{L}	\mathcal{R}
\mathcal{P}	\mathcal{P}	\mathcal{N}	\mathcal{L}	\mathcal{R}
\mathcal{N}	\mathcal{N}	?	\mathcal{N} ou \mathcal{L}	\mathcal{N} ou \mathcal{R}
\mathcal{L}	\mathcal{L}	\mathcal{L} ou \mathcal{N}	\mathcal{L}	?
\mathcal{R}	\mathcal{R}	\mathcal{R} ou \mathcal{N}	?	\mathcal{R}

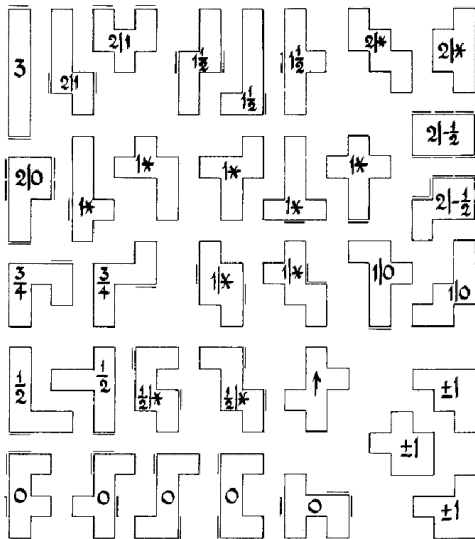
Il reste des sommes non-déterminées... besoin d'affiner la notion d'issue.

Une position de DOMINEERING : comment jouer ?



Comment jouer ? Une histoire de température...

Comment jouer ? Une histoire de température...



Comment jouer ? Une histoire de température...

