

Dossier Alg 3	Thème : Problèmes conduisant à une résolution d'équation
----------------------	---

L'exercice

Dans un récipient cylindrique de rayon 10 cm, on place une bille de rayon 4 cm. On verse ensuite de l'eau jusqu'à recouvrir exactement la bille (la surface de l'eau est alors tangente à la bille qui se trouve au fond du récipient). On retire ensuite la bille et on la remplace par une bille de rayon R différent de 4 cm.

La question que l'on se pose est la suivante : **Est-il possible que l'eau recouvre exactement la nouvelle bille ?**

Indication : on pourra montrer qu'une nouvelle bille est solution du problème si son rayon R vérifie l'équation (E) : $x^3 - 150x + 536 = 0$.

D'après livre Déclic TS, collection Hachette

Les réponses de deux élèves de terminale S pour la résolution de l'équation

Elève 1.

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 150x + 536$.

$f(x)$ est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[7,07 ; 10]$ donc $f(x)$ admet une unique solution sur l'intervalle $[7,07 ; 10]$.

Avec ma calculatrice, j'obtiens : $9,7 \leq R \leq 9,8$.

Conclusion : il y a bien une autre bille dont le rayon est environ 9,8 cm.

Elève 2.

Il faut résoudre l'équation $x^3 - 150x + 536 = 0$.

En utilisant un logiciel de calcul formel, j'ai obtenu :

$$x^3 - 150x + 536 = (x - 4)(x - \sqrt{138} + 2)(x + \sqrt{138} + 2)$$

Il y a donc deux autres solutions : $x = \sqrt{138} - 2$ soit environ 9,8 cm et $x = -\sqrt{138} - 2$

Cette solution est négative, elle ne compte pas car une longueur est toujours positive.

Le travail à exposer devant le jury

- 1) Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence les compétences acquises par chacun d'eux.
- 2) Proposez une correction de la modélisation permettant d'obtenir l'équation proposée telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3) Présentez deux ou trois *problèmes conduisant à une résolution d'équations*.