

DOSSIER Alg 4

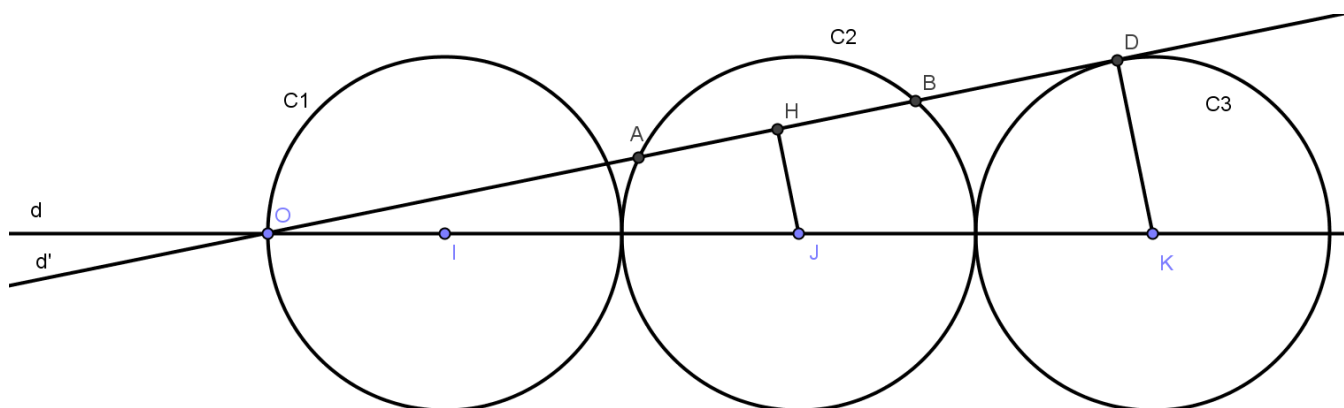
Thème : Nombres au collège

L'exercice

On construit comme ci – dessous trois cercles (C_1) , (C_2) , (C_3) , de même rayon x , et tangents deux à deux. On note leurs centres respectifs I , J et K .

La droite d' issue du point O est tangente au cercle (C_3) en D .

On note A et B les points d'intersection de la droite d' avec le cercle (C_2) et H le point d'intersection de d' avec la perpendiculaire menée de J à d' .



On pose $JH = a$ et $AB = b$.

1. Construire cette figure à la règle et au compas (on prendra $x = 2$ cm).
2. Dans cette question, on suppose x entier.
 - a) Exprimer a en fonction de x .
 - b) Le nombre a est – il toujours un nombre rationnel ? Un nombre décimal ?
 - c) Pour quelles valeurs de x le nombre a est – il un entier ?
3. a) Calculer HB , puis b en fonction de x .
 - b) On suppose x entier. Le nombre b est – il toujours un nombre rationnel ?
 - c) On suppose que $x = \frac{9}{7}$. Le nombre b est – il décimal ?
4. a) Calculer OD , puis l'aire \mathcal{A} du triangle OKD en fonction de x .
 - b) On suppose $x = 1$. Donner une valeur approchée de \mathcal{A} à 0,001 près.

La réponse d'un élève de troisième à la question 2

- a) *On applique Thalès : les droites JH et KD sont parallèles, les points O, J, K sont alignés, les points O, H, D sont alignés dans le même ordre et $\frac{OJ}{OK} = \frac{OH}{OD}$*
- $= \frac{HJ}{DK} = \frac{a}{x}$. On voit que $OJ = 3x$ et $OK = 5x$, ce qui fait :*
- $\frac{3x}{5x} = \frac{OH}{OD} = \frac{HJ}{DK} = \frac{a}{x}$ et on trouve que $3x^2 = 5ax$.*
- On simplifie et $5a = 3x$ ce qui fait $a = 0,6x$.*
- b) *a n'est pas rationnel, car ce n'est pas une fraction.*
a est décimal parce que 0,6 est décimal, et en multipliant par x, ça va donner un nombre qui se termine (avec une décimale).
- c) *Si $x = 10$, a est entier (ça fait 6). Pour 100 aussi.*
Donc a est entier quand x vaut 10, 100, 1000,

Le travail à exposer devant le jury

1. Quelles sont les connaissances et les compétences mises en jeu dans cet exercice ?
2. Analyser la réponse de l'élève à la question 2.
3. Proposer une correction de la question 3, comme vous la feriez dans une classe de troisième.
4. Compléter cet exercice par une ou plusieurs questions permettant de montrer que le nombre \mathcal{A} de la question 4.b n'est pas rationnel.
5. Présenter plusieurs exercices se rapportant au thème « **Nombres au collège** », recouvrant plusieurs niveaux de la scolarité.