

DOSSIER Algèbre 7	Thème : Nombres complexes
----------------------	---------------------------

**L'exercice proposé au candidat**

Le plan est rapporté au repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes :

- (a)  $i \frac{z-i}{z+i} = 0$ ,
- (b)  $i \frac{z-i}{z+i} = +1$ ,
- (c)  $i \frac{z-i}{z+i} = -1$ ,
- (d)  $i \frac{z-i}{z+i} = -i$ ,
- (e)  $i \frac{z-i}{z+i} = z$ .

2. Soit  $M$  le point d'affixe  $z$  et  $M'$  le point d'affixe  $z' = i \frac{z-i}{z+i}$ .

- (a) Quel est le lieu de  $M'$  quand  $M$  parcourt l'axe des ordonnées?
- (b) Simplifier et interpréter géométriquement  $t = \text{Arg}\left(\frac{z'+1}{z'-1}\right)$ .
- (c) Calculer l'angle  $t$  quand  $M$  est sur l'axe des abscisses. Qu'en déduit on?
- (d) Montrer que si  $M$  est dans le demi-plan supérieur, alors  $M'$  est dans le disque unité.

**Le travail à exposer devant le jury**

1. Indiquer les méthodes et les savoirs mis en jeu par cet exercice.
2. Visualiser, à l'aide par exemple d'un logiciel de géométrie dynamique, l'application  $z \mapsto \frac{z-i}{z+i}$ . On pourra par exemple calculer l'image d'un point libre mobile ainsi que celle d'un quadrillage.
3. Présenter la solution de la question 2c.
4. Proposer trois exercices sur le thème des nombres complexes.