

DOSSIER An 1

**Thème : Problèmes conduisant à la résolution
d'équation**

L'exercice

Un repère étant donné, on cherche à déterminer le nombre de points d'intersection entre la courbe représentative de la fonction exponentielle et une droite d'équation $y = kx$, où k est un nombre réel.

Après avoir émis une conjecture, proposer une démonstration dans les cas suivants :

- a) $k = 1$;
- b) $k = -1$;
- c) $k = e$;
- d) $k > e$.

On pourra utiliser la fonction h définie par $h(x) = \exp(x) - kx$.

Le compte rendu de recherche rédigé par un élève

Grâce à un logiciel de géométrie, je conjecture que le nombre de solutions de l'équation est : 1 solution pour k négatif, 0 solution pour k inférieur à 2,71 et 2 solutions pour k supérieur à 2,72. J'ai zoomé pour le voir. Pour k très grand, il n'y a plus qu'une seule solution mais je n'arrive pas à déterminer la valeur.

- a) Pour $k = 1$, il n'y a pas de solution car on sait que la fonction exponentielle est au-dessus de sa tangente au point d'abscisse 0.*
- b) $\exp(x) = -x$ n'a pas de solution car on sait que $\exp(x) > 0$ sur \mathbb{R} .*
- c) Pour $k = e$, l'égalité est toujours vraie. La conjecture manquait de précision.*
- d) $h(\ln k) = k(1 - \ln k) < 0$ car $\ln k > \ln e = 1$.*

Or, les limites de h étant égales à $+\infty$ en $-\infty$ et $+\infty$, l'équation admet donc deux solutions dans ce cas.

De plus, j'ai vérifié en zoomant, la fonction h admet bien deux solutions pour k supérieur à environ 2,72. Pour k très grand, pas de vérification possible de la conjecture (limite atteinte de l'ordinateur).

Le travail à exposer devant le jury

- 1.** Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence les compétences dont il fait preuve et en interprétant l'origine de ses éventuelles erreurs.
- 2.** Proposer une correction du cas d) telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3.** Présentez trois exercices menant à la résolution d'une équation, dont l'un au moins fait appel à l'utilisation d'un logiciel.