

DOSSIER Analyse 3	Thème : Fonctions, sens de variation
----------------------	--------------------------------------

L'exercice proposé au candidat

Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction deux fois dérivable sur $[a, b]$ avec $a < b$. On suppose que la dérivée seconde f'' est positive ou nulle sur $[a, b]$ et on se propose d'étudier la position de la courbe représentative \mathcal{C} de f par rapport à ses tangentes et sécantes.

1. Quelles sont les fonctions dont la dérivée seconde est la fonction nulle ?
On supposera par la suite que f n'est pas de ce type.
2. Soit $c \in]a, b[$.
 - (a) Déterminer la fonction affine t représentée par la tangente à \mathcal{C} au point de coordonnées $(c, f(c))$.
 - (b) En étudiant la fonction δ définie par $\delta(x) = f(x) - t(x)$ sur $[a, b]$, estimer la position de la courbe par rapport à sa tangente.
3. On considère les points extrémaux $A(a, f(a))$ et $B(b, f(b))$ de \mathcal{C} .
 - (a) Déterminer la fonction affine s représentée par la droite (AB) .
 - (b) On note Δ la fonction définie par $\Delta(x) = f(x) - s(x)$ sur $[a, b]$.
Démontrer que la fonction dérivée Δ' s'annule en un réel $m \in]a, b[$.

Le travail à exposer devant le jury

1. Présenter les principaux résultats, la nature des méthodes et les différents outils utilisés dans la résolution de cet exercice.
2. Indiquer le ou les niveaux auxquels s'adresse cet énoncé et les difficultés qu'il peut représenter pour des élèves.
3. En considérant $f(\lambda a + (1 - \lambda)b)$ pour $\lambda \in [0, 1]$, proposer une autre manière de prouver le résultat de la question 3b.
4. Proposer des exercices sur le thème des fonctions mettant en jeu l'étude du sens de variation, pour plusieurs niveaux, y compris la classe de seconde.