

DOSSIER An 3	Thème : Fonctions Sens de variation
---------------------	--

L'exercice

1) Pour tout réel $x > 0$, on pose : $f(x) = x - 1 - \ln(x)$.

Etudier les variations de la fonction f et en déduire que, pour tout réel $x > 0$, on a :

$$\ln(x) \leq x - 1.$$

2) Soit a, b et c des réels strictement positifs : on pose $m = \frac{a + b + c}{3}$.

En appliquant l'inégalité précédente aux réels $\frac{a}{m}$, $\frac{b}{m}$ et $\frac{c}{m}$, montrer que :

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3 \geq abc$$

La réponse de deux élèves à la question 1

Elève 1

J'ai tracé sur ma calculatrice la courbe de la fonction \ln et celle de $x-1$ et je vois que le logarithme est toujours en dessous de la droite. Donc $\ln(x) \leq x - 1$ pour tout réel $x > 0$.

Elève 2

Je calcule la dérivée de f

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x} \text{ donc } f'(x) = 0 \text{ pour } x = 1.$$

On peut faire le tableau de variation :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘		↗

Le travail à exposer devant le jury

1. Analyser la production de ces deux élèves, en mettant en évidence les compétences dont ils font preuve et en interprétant l'origine de leurs éventuelles erreurs.
2. Présenter une réponse à la question 2, comme vous l'exposeriez devant une classe de Terminale S.
3. Proposer deux ou trois exercices se rapportant au thème « **Utilisation des variations d'une fonction** ».