

DOSSIER Analyse 5	Thème : Fonctions, extremum et optimisation
----------------------	---

L'exercice proposé au candidat

Formule de Héron Un jardinier plante deux piquets A et B à 3 m de distance, aux coins d'un espace où il veut définir une plate-bande triangulaire de fleurs. Il relie les deux piquets par une corde de 5 m. Il tend la corde en un point C pour déterminer le triangle. On note x la longueur AC et $\mathcal{A}(x)$ l'aire du triangle ABC .

- Déterminer le périmètre du triangle.
- Faire une figure pour $x = 2$ m à l'échelle 1 : 50. Déterminer l'aire correspondante.
- Soit h la hauteur de ce triangle issue de C et M son pied sur le côté (AB) . Notons $y = AM$.
 - Exprimer deux relations entre x, y et h en exploitant la nature des triangles AMC et BMC .
 - Simplifier ces relations pour montrer que $y = \frac{5x-8}{3}$.
 - Vérifier pour $x = 2$, puis pour un x quelconque que l'aire peut s'écrire,

$$\mathcal{A}(x) = 2\sqrt{(x-1)(4-x)}.$$

- Que penser de cette relation quand $x = 1$, et quand $x = 4$? Faire une figure.
- Dans un triangle de côtés a, b et c , la formule de Héron donne l'aire comme

$$\mathcal{A}(a, b, c) = A\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

Que vaut s dans notre exemple et dans le cas général?

- Étudier la fonction \mathcal{A} sur son ensemble de définition.
- Le jardinier cherche à planter le plus de fleurs, c'est-à-dire à maximiser l'aire de la plate-bande. Quelle longueur x doit-il choisir? Quelle est alors la nature du triangle ABC ?

Le travail à exposer devant le jury

- Quels sont les savoirs et méthodes mis en jeu par cet exercice?
- Modéliser cet exercice à l'aide d'un logiciel de géométrie interactive mettant en interaction le registre géométrique et le registre de l'étude des fonctions.
- Proposer plusieurs problèmes mettant en pratique l'étude d'extrema de fonctions pour l'optimisation de situations concrètes.