

**DOSSIER An 5**

**Thème : Fonctions et équations**

**L'exercice**

Un repère étant donné, on cherche à déterminer le nombre de points d'intersection entre la courbe représentative de la fonction exponentielle et une droite d'équation  $y = kx$ , où  $k$  est un nombre réel.

Après avoir émis une conjecture, proposer une démonstration dans les cas suivants :

- a)  $k = 1$  ;
- b)  $k = -1$  ;
- c)  $k = e$  ;
- d)  $k > e$ .

On pourra utiliser la fonction  $h$  définie par  $h(x) = \exp(x) - kx$ .

**Le compte rendu de recherche rédigé par un élève**

*Grâce à un logiciel de géométrie, je conjecture que le nombre de solutions de l'équation est : 1 solution pour  $k$  négatif, 0 solution pour  $k$  inférieur à 2,71 et 2 solutions pour  $k$  supérieur à 2,72. J'ai zoomé pour le voir. Pour  $k$  très grand, il n'y a plus qu'une seule solution mais je n'arrive pas à déterminer la valeur.*

- a) *Pour  $k = 1$ , il n'y a pas de solution car on sait que la fonction exponentielle est au-dessus de sa tangente au point d'abscisse 0.*
- b)  *$\exp(x) = -x$  n'a pas de solution car on sait que  $\exp(x) > 0$  sur  $\mathbb{R}$ .*
- c) *Pour  $k = e$ , l'égalité est toujours vraie. La conjecture manquait de précision.*
- d)  *$h(\ln k) = k(1 - \ln k) < 0$  car  $\ln k > \ln e = 1$ .*

*Or, les limites de  $h$  étant égales à  $+\infty$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ , l'équation admet donc deux solutions dans ce cas.*

*De plus, j'ai vérifié en zoomant, la fonction  $h$  admet bien deux solutions pour  $k$  supérieur à environ 2,72. Pour  $k$  très grand, pas de vérification possible de la conjecture (limite atteinte de l'ordinateur).*

**Le travail à exposer devant le jury**

1. Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence les compétences dont il fait preuve et en interprétant l'origine de ses éventuelles erreurs.
2. Proposer une correction du cas d) telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
3. Présentez trois exercices sur le thème « **Fonctions et équations** », dont l'un au moins fait appel à l'utilisation d'un logiciel.