

DOSSIER An 5	Thème : Suites - Problèmes conduisant à des suites arithmétiques, géométriques ou arithmético - géométriques
---------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

L'exercice

Pour un journal, on considère que le nombre de nouveaux abonnés chaque année est de 3000 et que le taux de réabonnement d'une année sur l'autre est de 85%.

On note a_n le nombre d'abonnés de l'année n et on suppose que $a_1 = 60\,000$.

- 1) Déterminer une relation entre a_{n+1} et a_n .
- 2) a) Tracer dans un repère orthogonal la représentation graphique de la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = 0,85x + 3000$.
b) Utiliser ce tracé pour représenter graphiquement les premiers termes de la suite $(a_n)_{n \geq 1}$.
c) Peut-on prévoir l'évolution de cette suite ?
- 3) On pose, pour tout entier $n > 1$, $b_n = a_n - 20\,000$.
a) Montrer que la suite $(b_n)_{n \geq 1}$ est géométrique ; en préciser son premier terme et sa raison.
b) En déduire le comportement asymptotique de la suite $(a_n)_{n \geq 1}$.
- 4) a) Déterminer le plus petit entier n tel que $a_n - 20\,000 < 1$.
b) Interpréter le résultat obtenu.

La solution proposée par un élève à la question 3

a) On sait que (b_n) est une suite géométrique, donc on a : $b_{n+1} = q b_n$.

En remplaçant, on a : $a_{n+1} - 20\,000 = q (a_n - 20\,000)$.

$$a_{n+1} - 20\,000 = q a_n - 20\,000 q$$

$$a_{n+1} = q a_n + 20\,000 - 20\,000 q$$

En égalant avec ce qu'on a trouvé à la question 1 : $q = 0,85$ et $20\,000 - 20\,000 q = 3\,000$.

Donc $q = 0,85$ est la raison de la suite (b_n) , et son premier terme est 40 000.

b) (b_n) tend vers 0 car sa raison est 0,85 et alors (a_n) tend vers 20 000.

Le travail à exposer devant le jury

1. Analysez la production de l'élève en mettant en évidence la pertinence de sa démarche, l'origine de ses éventuelles erreurs de raisonnement et les moyens d'y remédier.
2. Proposer une correction de la question 2 telle que vous l'exposeriez devant une classe.
3. Présenter un algorithme permettant de répondre à la question 4)a).
4. Utiliser le tableur pour étudier la suite (a_n) . Celui-ci peut-il aider à généraliser le problème posé ?
5. Proposer deux exercices sur le thème «**Problèmes conduisant à des suites arithmétiques, géométriques ou arithmético – géométriques**».