

DOSSIER An 7

Thème : Suites

Un professeur envisage de faire calculer à ses élèves la somme des cubes des n premiers entiers naturels non nuls. Il hésite entre les deux exercices suivants.

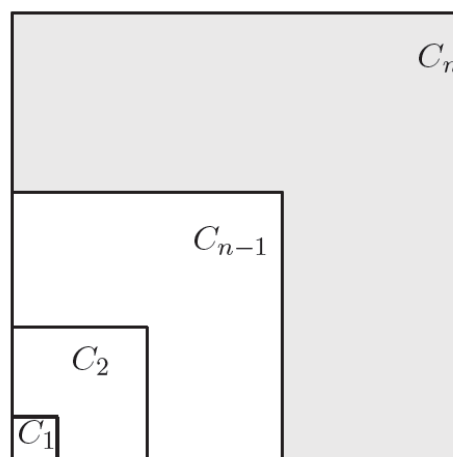
Le premier exercice

- 1) On pose pour tout entier naturel n non nul : $S_n = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$.
- a) Montrer que pour tout nombre entier i compris entre 1 et n : $(i + 1)^3 - i^3 = 3i^2 + 3i + 1$.
- b) Sommer les égalités obtenues, pour i compris entre 1 et n . En déduire que $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
- 2) On note $Z_n = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3$.
Développer $(i + 1)^4 - i^4$. En déduire l'expression de Z_n .

Le deuxième exercice

Pour tout entier naturel non nul n , on note u_n la somme des entiers de 1 à n .
On construit C_1 , carré de côté u_1 , C_2 carré de côté u_2 , ..., C_n carré de côté u_n en les emboîtant comme sur la figure ci - contre.

- 1) a) Calculer l'aire des carrés C_1 , C_2 , C_3 .
b) Démontrer que pour tout entier naturel $n \geq 1$, l'aire de C_n est égale à $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
c) En déduire que pour tout entier naturel $n \geq 1$, l'aire de la bande grisée délimitée par les carrés C_n et C_{n-1} est égale à n^3 .
- 2) Déterminer une expression simple de la somme des cubes des n premiers entiers.



D'après Hyperbole première S (éditions Nathan)

Le travail à exposer devant le jury

1. Exposez les raisons qui peuvent amener le professeur à choisir l'un ou l'autre des exercices.
2. Démontrez la formule de la somme des cubes, comme vous le feriez devant une classe, en suivant la méthode de votre choix.
3. Présentez deux ou trois exercices sur le thème «**Suites**», dont l'un au moins peut donner lieu à une approche géométrique.