Corrigé du Partiel de l’UE 3 (19/11/2012)

Exercice 1

La démarche d’investigation

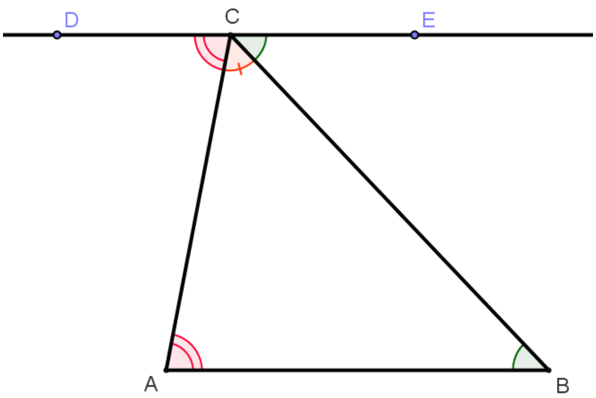
Voir le document distribué en cours : introduction des programmes de collège.

Exercice 2

1. **La somme des angles d’un triangle est égale à 180°.**

Démonstration

Soit ABC un triangle. On trace la parallèle d à la droite (AB) passant par C. On note D et E deux points de la droite d situés de part et d’autre de C comme sur le graphique.



Les droites (AB) et (CD) sont parallèles et les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont alternes –internes, donc $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}$.

De la même façon, les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCE}$ sont alternes – internes, donc $\widehat{ABC} = \widehat{BCE}$.

Les angles $\widehat{ACD}$, $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BCE}$ sont adjacents, donc : $\widehat{ACD} + \widehat{ACB} + \widehat{BCE} = \widehat{DCE}$

L’angle $\widehat{DCE}$ est plat, donc $\widehat{DCE} = 180°$, et ainsi : $\widehat{ACD} + \widehat{ACB} + \widehat{BCE} = 180°$.

Niveau – Pré – requis

Les connaissances requises sont :

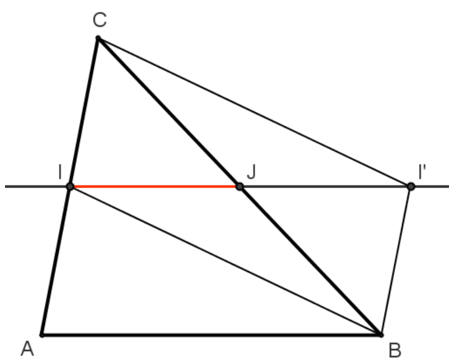
- la notion d’angle plat et sa mesure ;
- la notion d’angles adjacents ;
- la notion d’angles alternes – internes, et la propriété énonçant qu’ils sont égaux lorsque les deux droites coupées par une troisième droite sont parallèles.

Le niveau requis est celui de la **classe de cinquième** : cette démonstration est au programme de cette classe.

2. **Si, dans un triangle, un sefgment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors il est parallèle au troisième côté et sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.**

Démonstration

Dans le triangle ABC, on note I et J les milieux respectifs des segments [AC] et [BC]. On construit I’, point symétrique de I par rapport à J. Alors, J est milieu de [BC] et de [II’], donc le quadrilatère CIBI’ est un parallélogramme.



Puisque CIBI' est un parallélogramme, (CI) est parallèle à (BI') et CI = BI'.
Puisque (CI) = (AI) et CI = AI, on en déduit que les droites (AI) et (BI') sont parallèles et AI = BI' : le quadrilatère AII'B n'étant pas croisé, c'est un parallélogramme.
Puisque AII'B est un parallélogramme, (II') est parallèle à (AB), ce qui prouve le parallélisme du segment [IJ] au troisième côté du triangle.
De plus, II' = AB et ainsi IJ = $\frac{1}{2}$ II' = $\frac{1}{2}$ AB.

Niveau – Pré – requis

Les connaissances requises sont :
- la notion de symétrie centrale et une de ses propriétés ;
- deux caractérisations d'un parallélogramme : celle relative aux milieux des diagonales et celle relative aux côtés opposés parallèles et de même longueur ;
- les propriétés d'un parallélogramme ;
- une propriété du milieu d'un segment.

Cette démonstration est au programme de **la classe de quatrième**. Mais les connaissances requises permettraient de la faire en fin de cinquième.

Exercice 3

Les cinq principes de Rochel Gelman

a. L'adéquation unique ou principe de correspondance biunivoque
   C'est la mise en correspondance de chaque objet décompté avec une seule "étiquette verbale", donc c'est un ***principe de correspondance biunivoque*** où à chaque unité on doit faire correspondre un mot-nombre. [dès 2 ans 1/2]
b. L'ordre stable ou principe de suite stable
   La suite des étiquettes verbales est fixe et immuable, ainsi c'est un ***principe de suite stable*** où les « mots-nombres » sont récités dans le même ordre. [3 ans]
c. Le principe cardinal
   La dernière étiquette formulée énonce le cardinal de la collection.[4 ans]
d. Le principe d'abstraction
   L'hétérogénéité ou l'homogénéité des objets composant la collection n'a pas d'incidence sur le dénombrement. Ainsi toutes sortes d'éléments peuvent être rassemblés et comptés ensemble ; c'est ce qu'on peut appeler le ***principe d'abstraction.*** [dès l'apparition du langage]
e. La non pertinence de l'ordre
   L'amorce du décompte à un point ou à un autre de la collection n'a pas d'incidence sur les résultats. On pourrait dire que c'est le ***principe d'indifférence de l'ordre***. L'ordre des objets à dénombrer n'a pas d'importance alors que les mots qui servent dans cette situation sont en ordre. [4 ans]

Exercice 4

Préambule : Avant de répondre aux questions, on peut préciser en quoi consiste l'item de cette évaluation. Celui-ci s'appuie sur la comparaison des nombres décimaux : l'élève doit intercaler 3,1 parmi une suite de nombres déjà rangés dans l'ordre croissant (l'énoncé dit que les nombres sont rangés du plus petit au plus grand). On peut déjà remarquer qu'un seul nombre a pour partie entière 2, les autres ont une partie entière égale à 3. D'autre part, on remarque que l'on a 3,07 ≤ 3,15 ce qui peut être compris par les élèves, même par ceux qui pensent qu'il suffit de remarquer que comparer les nombres 7 et 15 (7 < 15). Le fait que 3,15 < 3,4 peut attirer alors l'attention de certains car la même règle appliquée aux parties décimales (4 < 15) devrait conduire à dire : 3,4 < 3,15. On peut supposer que l'absence du signe d'inégalité n'interdit pas cette interprétation. Concrètement, l'élève n'a qu'à intercaler un nombre entre deux autres. On peut penser qu'il n'avance que localement c'est-à-dire qu'il n'avance que par « couple » : entre 3 et 3,07 ? entre 3,07 et 3,15 etc.
La réponse attendue est 3,07 < 3,1 < 3,15

1. Raisons qui expliqueraient le faible taux de réussite
   - Conception des nombres décimaux (couple d'entiers : 3 euros 50 pour 3,5 euros) Or les décimaux choisis ont des parties décimales qui n'ont pas le même nombre de chiffres.
   - Approche des décimaux par un changement d'unité : 3,5 cm = 35 mm (ainsi un nombre décimal est un entier …).
   - Sens à donner à l'écriture décimale (en liaison avec la numération). Ce sens ne peut s'appuyer que sur une écriture d'un nombre sous forme d'une fraction décimale. En effet, pourquoi avoir 0,5 > 0,07 si ce n'est parce que $0,5 = \frac{5}{10} = \frac{50}{100}$ et que $0\,,07 = \frac{7}{100}$.
   - Mauvaise règle pour la comparaison.

2. Erreur commise : 3 < 3,1 < 3,07.
   Les hypothèses s'appuient sur les façons d'ordonner les décimaux :
   - Comme 1 < 7 alors comme les nombres ont la même partie entière, on les range dans le même ordre que la partie décimale ;
   - Le plus petit est celui qui a le plus de chiffre après la virgule (puisque je sais que le plus grand est celui qui a le plus de chiffres avant la virgule) ;
   - Les « 0 » après la virgule ne servent à rien 3,50 = 3,5 (ce qui d'ailleurs est contradictoire avec « le plus petit est celui qui a des 0 après la virgule »).

Exercice 5

1. **Connaissances et savoir – faire que les élèves doivent posséder**

   ► De type mathématique :
   - Savoir identifier un cercle et un rectangle ;
   - Connaître la propriété suivante concernant le cercle : la distance d'un point quelconque du cercle au centre est égale au rayon du cercle.
   - Connaître la propriété suivante concernant le rectangle : les côtés opposés d'un rectangle ont même longueur.
   - Faire fonctionner l'additivité de la longueur.
   - Savoir utiliser le vocabulaire géométrique.
   - Mettre en œuvre un raisonnement déductif.

   ► De type général :
   - Savoir lire deux consignes.
   - Savoir ce que signifie une figure « à main levée ».
   - Savoir lire une figure munie de codages.
   - Savoir organiser et expliciter une démarche.

2. **Production des élèves**

   ◊ **Adrien** a compris que cette figure n'était pas celle sur laquelle il devait travailler. Il suggère une sorte de rotation de [AD] vers [AE] (« *quand D coupe sa fait E* »), mais ne va pas plus loin. Il revient à la figure sur laquelle il mesure 1,8 cm. Sa réponse est fausse. Il est dans une géométrie perceptive, de niveau I.

   ◊ **Gaëlle** : sa réponse montre qu'elle ne travaille pas seulement sur la figure donnée. Elle remarque perceptivement que [EB] semble avoir la même longueur que [BC] ou [AD]. Or, BC = 4 cm, donc la réponse est 4 cm. Elle ne se sert pas de l'information « 7 cm ». Elle se dégage de la figure donnée, mais sa réponse est fausse.
   Elle est à la fois en géométrie I et en géométrie de niveau II.

   ◊ **Lise** a des difficultés de formulation, mais sa démarche est correcte. Sa rédaction n'est pas tout à fait complète, car elle n'écrit pas la relation existante entre les longueurs.
   Sa réponse est exacte. Elle est dans une géométrie de type II.

   ◊ **Victor** travaille sur la figure et en tire une égalité de segments ; il lui semble voir que E est le milieu de [AB]. Mais ce côté perceptif de son raisonnement est contrebalancé par le fait qu'il répond en ne tenant pas compte de la figure dessinée, mais de la figure idéale avec les bonnes mesures des segments. En particulier, il utilise la propriété du rectangle disant que deux côtés opposés ont même longueur.
   Sa réponse est fausse. Il est à cheval entre les niveaux I et II de géométrie.