Corrigé Calculatrices - Algo M2 EADM 12/2013

Exercice 1 (4 points : 1 + 1 + 2)

1. Des algorithmes pratiqués au collège :
- comparaison de deux nombres décimaux (sixième) ;
- calcul de la somme de deux entiers relatifs (cinquième) ;
- calcul de la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant la longueur des deux autres côtés (quatrième) ;
- algorithme de calcul du PGCD de deux entiers naturels (algorithme d'Euclide ou algorithme des différences).

2. Un algorithme exigible des élèves de Première S :
- algorithme permettant de calculer un terme de rang donné d'une suite définie par récurrence ;
- algorithme permettant d'obtenir une liste de termes d'une suite définie par récurrence.

3. Quatre types de tâches que l'on peut demander à des élèves en algorithmique en classe de Seconde :
- comprendre et analyser le fonctionnement d'un algorithme préexistant ;
- modifier un algorithme pour obtenir un résultat précis ;
- créer un algorithme en réponse à un problème donné ;
- valider la solution algorithmique par des traces d'exécution et des jeux d'essais simples ;
- adapter l'algorithme aux contraintes du langage de programmation.

Exercice 2 (4 points : 1 + 2 + 1)

1. Un exemple que l'on peut donner à des élèves de $4^{\text{ème}}$, $3^{\text{ème}}$ ou 2^{de} montrant les limites d'utilisation de la calculatrice :
- On calcule exactement « à la main » : $\frac{1}{3} \times 100 - 33$.

Puis on calcule avec la calculatrice : $\frac{1}{3} \times 100 - 33$. On recalcule ensuite $\times 100 - 33$: on attend pour résultat $\frac{1}{3}$. Si on recommence plusieurs fois ce cycle de calcul, on obtient 0.

Le nombre de chiffres significatifs utilisés par la calculatrice pour le calcul de $\frac{1}{3} \times 100$ explique le résultat.

2. Quatre savoir – faire attendus d'un élève de Seconde pour l'utilisation de la calculatrice dans le domaine des fonctions :
- savoir construire un tableau de valeurs d'une fonction avec un pas donné ;
- savoir construire la courbe représentative d'une fonction sur l'écran de la calculatrice avec la fenêtre standard ;
- savoir utiliser la fonction « Trace » de la calculatrice pour déterminer les coordonnées de points de la courbe tracée sur l'écran ;
- savoir changer de fenêtre d'affichage, et en particulier savoir choisir une fenêtre adaptée ;
- savoir utiliser la fonction « zoom » de la calculatrice pour agrandir une partie donnée de la courbe à l'écran.

3. La fenêtre standard est [-10 ; 10].

   La fonction f a pour période T = $\frac{2\pi}{2000\pi} = \frac{1}{1000}$. Cette fonction a ainsi 20 000 périodes dans l'intervalle [-10 ; 10].

   Les calculatrices utilisées par les élèves peuvent en général placer 95 ou 127 pixels en abscisses. Ainsi, les abscisses de deux points consécutifs de la courbe sont distantes d'environ $\frac{20}{100}$ = 0,2 : cela représente 200 périodes de la fonction !

   Donc, la calculatrice ne représente qu'un point toutes les 200 périodes environ : la courbe ne sera pas du tout conforme à ce qu'on attend.

Exercice 3 (4 points)

Un algorithme possible de recherche des triplets pythagoriciens est le suivant.

Variables
 	
Traitement et sortie
	a et b sont des entiers
	c est un nombre réel
	Pour a allant de 1 à 100
	    Pour b allant de a à 100
	        c prend la valeur $\sqrt{a^2+b^2}$
	        Si c est entier
	            Alors Afficher a, b, c
	        Fin Si
	    Fin Pour
	Fin Pour

Remarque : la condition « c entier » peut se traduire par : « Partie entière (c) = c ».

Exercice 4 (8 points : 1,5 × 3 + 2 + 1,5)

1. **Analyse des réponses de chaque élève** :

   a) Elève 1

   - Les résultats donnés à la première ligne sont justes : **il a su rentrer dans la boucle**.
   - Pour les deux lignes suivantes, les valeurs de a au début de la boucle POUR sont bonnes, mais pas celles de b. On peut penser qu'il a considéré (aussi bien pour a que pour b) qu'il y avait **incrémentation de 1 de ces deux variables a et b**, en raison de la boucle POUR.
   - On peut noter une erreur dans le calcul de f(a) à la seconde ligne.
   - Pour les deux premières itérations, **l'instruction SI semble bien comprise** ; par contre, à la troisième itération, il trouve a = 2 et b = 3 au lieu de a = 3 et b = 4. Il semble que, pour les deux dernières itérations, il ait conservé la valeur de a et remplacé b par m.
   - Il y a une **erreur dans l'affichage** : il affiche toutes les valeurs de a et b trouvées à la fin de chaque étape et non celles trouvées à la fin de la dernière itération. Il n'a pas compris que l'affichage était fait en dehors de la boucle POUR.

   b) Elève 2

   - Il semble comprendre le fonctionnement de l'instruction SI à la première ligne, mais **il remplace a par f(m) au lieu de le remplacer par m** ; il voit bien que b est inchangé.

- Par la suite, il recommence deux fois en prenant comme valeurs de a et b les valeurs initiales. L'explication la plus vraisemblable est qu'il **n'a pas assimilé le principe de l'affectation** ; on peut aussi penser qu'il ne sait pas faire fonctionner une boucle POUR, et comme on lui demande trois étapes, il réécrit trois fois ce qu'il a trouvé.
Il a compris l'instruction « Afficher », car son affichage est compatible avec les calculs qu'il a fait.

c) Elève 3
- Il maîtrise le fonctionnement de l'instruction SI.
- Il maîtrise bien le principe de l'affectation.
- Il fait une erreur dans le calcul de m aux étapes 2 et 3 : il semble que, pour lui, dans la boucle, m est incrémenté d'une unité à chaque étape. **Il semble faire une confusion entre I et m.**
- Il affiche correctement selon les calculs qu'il a fait.

2. **Modification de l'algorithme afin qu'il fournisse un encadrement d'amplitude A** de la solution, où A est un réel strictement positif donné.
Il faut ajouter deux éléments dans cet algorithme :
- a et b doivent être saisis et non initialisées ;
- on doit prendre en considération que, au cours d'une étape de l'algorithme, m peut être la solution cherchée : ceci arrive lorsque f(m) = 0.

Variables	a, b et m sont des nombres réels A est un réel strictement positif
Entrée	Saisir A
Initialisation	a prend la valeur 0 b prend la valeur 2

Traitement	**Tant que** b – a > A
	    m prend la valeur $\frac{a + b}{2}$
	    Si f(a) × f(m) < 0
	        Alors b prend la valeur m
	        Sinon a prend la valeur m
	    Fin Si
	Fin Tant que

Sortie	Afficher a et b

3. **Modification de l'algorithme afin qu'il traite le cas général** d'une fonction strictement décroissante sur [a ; b] et telle que l'équation f(x) = 0 a une unique solution sur]a ; b[.
Pour généraliser cet algorithme, il faut d'abord saisir des valeurs quelconques de a et b, avec a < b, et surtout considérer le cas oublié dans l'algorithme proposé : celui où, au cours d'une itération de la boucle, m se trouve être la solution de l'équation f(x) = 0 ; dans ce cas – là, on doit afficher la valeur de m et stopper le déroulement de l'algorithme.

- Première possibilité : on détermine un encadrement de la solution après n itérations, n étant un entier naturel non nul.

Variables	a, b et m sont des nombres réels n est un entier naturel non nul
Entrée	Saisir a, b, n
	Pour I allant de 1 à n
Traitement	m prend la valeur $\frac{a+b}{2}$ **Si** f(a) × f(m) < 0 **Alors** b prend la valeur m **Sinon Si** f(a) × f(m) > 0 **Alors** a prend la valeur m **Sinon** Afficher m Stop **Fin Si** **Fin Si** **Fin Pour**
Sortie	Afficher a et b

- Seconde possibilité : on écrit l'algorithme donnant un encadrement d'amplitude A de la solution, A strictement positif donné.

Variables	a, b et m sont des nombres réels A est un réel strictement positif
Entrée	Saisir a, b, A
Traitement	**Tant que** b – a > A m prend la valeur $\frac{a+b}{2}$ **Si** f(a) × f(m) < 0 **Alors** b prend la valeur m **Sinon Si** f(a) × f(m) > 0 **Alors** a prend la valeur m **Sinon** Afficher m Stop **Fin Si** **Fin Si** **Fin Tant que**
Sortie	Afficher a et b