

DOSSIER Géo 5	Thème : Problèmes d'incidence
--------------------------------	--------------------------------------

L'exercice proposé au candidat

Soit ABC un triangle non rectangle, dont O est le centre de son cercle circonscrit et H son orthocentre. On note D le point diamétralement opposé à A sur le cercle circonscrit au triangle ABC.

1) On note H_1 le symétrique du point H par rapport à la droite (BC).

a) Réaliser une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, et conjecturer une propriété du point H_1 .

b) On se propose de démontrer cette propriété :

- * Démontrer que le quadrilatère BHCD est un parallélogramme.
- ** Démontrer que les droites (BC) et (H_1D) sont parallèles.
- *** Conclure.

2) Montrer que les symétriques du point H par rapport aux milieux des côtés du triangle ABC sont diamétralement opposés aux sommets de ce triangle.

Deux solutions d'élèves pour la question 1)b

Elève 1

J'ai trouvé que H_1 est sur le cercle.

On appelle I le milieu de [BC]. Les segments [BC] et [HD] se coupent en I donc BHCD est bien un parallélogramme. Donc I est le milieu de [HD].

On appelle J le milieu de [HH_1]. Comme I milieu de [HD] et J milieu de [HH_1], la droite (IJ) est la droite des milieux du triangle HDH_1 , elle est donc parallèle à (DH_1). Or $IJ = BC$ donc (BC) est parallèle à DH_1 .

Comme les droites sont parallèles et que les points B et C sont sur le cercle ; les points D et H_1 aussi.

Elève 2

J'ai trouvé que H_1 est sur la droite (AH).

C est sur le cercle de diamètre [AD], et d'après la propriété du triangle rectangle dans un cercle donc le triangle ADC est rectangle en D et la droite (CD) est perpendiculaire à (CH). Comme H est l'orthocentre du triangle ABC, la droite (BH) est perpendiculaire à (CH). Donc les droites (BH) et (CD) sont bien parallèles. On fait pareil pour les droites (DB) et (CH) et on a bien un parallélogramme.

Les droites (DH_1) et (CH) sont parallèles.

Le travail à exposer devant le jury :

- 1) Analyser les réponses de ces deux élèves en mettant en avant les savoirs et savoir-faire mobilisés et en précisant leur erreurs.
- 2) Présenter la correction de la question 1 de l'exercice telle que vous l'exposeriez à une classe de 2^{nde}.
- 3) Quelle(s) aide(s) fourniriez-vous aux élèves pour traiter la question 2 ?
- 4) Proposer plusieurs exercices se rapportant au thème « **Problèmes d'incidence** » en précisant chaque fois à quels niveaux de la scolarité vous les placez.