

<b>Dossier Alg 7</b>	<b>Thème : Arithmétique</b>
----------------------	-----------------------------

### L'exercice

- Après avoir vérifié que le couple d'entiers  $(-8, 11)$  est solution de l'équation  $37x + 27y = 1$ , déterminez l'ensemble des couples  $(x, y)$  d'entiers solutions de l'équation :  $37x + 27y = 1000$ .
- Un restaurateur sert des repas à 27 euros et à 37 euros. A la fin du service sa recette s'élève à 1000 euros. Combien a-t-il servi de repas de chaque sorte ?
- Aurait-il pu obtenir la même recette avec des menus à 27 euros et à 36 euros ?

### Les réponses de deux élèves de terminale S à la question 1

#### Elève 1.

$(-8, 11)$  est une solution de l'équation  $37x + 27y = 1$  donc

$(-8000, 11000)$  est une solution particulière de  $37x + 27y = 1000$ .

$37x + 27y = 1000$  équivaut à  $y = -\frac{37}{27}x + \frac{1000}{27}$ . C'est l'équation d'une droite de coefficient directeur  $-\frac{37}{27}$ . Donc on se déplace de  $27k$  sur  $(Ox)$  et de  $-37k$  sur  $(Oy)$ .

Et donc l'ensemble des solutions est :  $\begin{cases} x = -8000 + 27k \\ y = 11000 - 37k \end{cases}$  avec  $k$  entier relatif.

#### Elève 2.

$37 \times (-8) + 27 \times 11 = 1$  donc  $37 \times (-8000) + 27 \times 11000 = 1000$ .

Alors, si  $37x + 27y = 1000$  on a :  $37 \times (x + 8000) = 27 \times (-y + 11000)$

D'après le théorème de Gauss, comme 37 et 27 sont premiers entre eux, alors :

37 divise  $(-y + 11000)$  et 27 divise  $(x + 8000)$  et donc :

$-y + 11000 = 37k$  et  $x + 8000 = 27k$ .

Conclusion : les solutions de l'équation sont  $(-8000 + 27k, 11000 - 37k)$ .

### Le travail à exposer devant le jury

- Analysez les productions de ces deux élèves en relevant en particulier leurs réussites et leurs erreurs.
- Proposez une correction des questions 2 et 3 telle que vous la présenteriez devant une classe de terminale S spécialité mathématiques.
- Ecrivez un algorithme permettant de trouver les couples d'entiers naturels solutions de l'équation  $37x + 27y = 4000$ . Implémentez cet algorithme sur le matériel de votre choix et déterminez ces couples de solutions.
- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *arithmétique*. Vous motiverez vos choix en précisant les objectifs visés par ces exercices.