

DOSSIER Algèbre 8	<b>Thème</b> Matrices
----------------------	-----------------------

**L'exercice proposé au candidat** Dans une réaction chimique impliquant deux composants A et B, on sait qu'à chaque minute, 60% du composé A ne réagit pas, le reste se transformant en B, tandis que seul 30% du composé B se transforme en A. Aucun autre composé n'est produit lors de la réaction. On considère deux suites de nombres réels  $(u_n)$  et  $(v_n)$  donnant les quantités en grammes des composés  $n$  minutes après le début de la réaction, la masse totale des deux composés étant de 900 grammes.

1. Dans cette question seulement, on suppose qu'on dispose au départ de 450 grammes de composé A.
  - (a) À l'aide d'un tableur, préparer sur une feuille de calcul trois colonnes intitulées respectivement  $n$ ,  $(u_n)$  et  $(v_n)$ .
  - (b) Entrer en deuxième ligne les valeurs initiales de  $n$ ,  $(u_n)$  et  $(v_n)$ .
  - (c) Compléter les cellules de la troisième ligne pour pouvoir, par recopie, simuler l'évolution des suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  en fonction de  $n$ .
  - (d) En déduire  $u_{20}$  et  $v_{20}$ .
2. Après 3 minutes d'expérience, un dosage fait apparaître que la masse du composé A est en fait de 378 grammes. En procédant par essais et erreurs, retrouver les masses initiales de chaque composé en début de réaction.

**Un extrait du manuel Odysée terminale S spécialité (Hatier 2012)**

Dans une réaction chimique impliquant deux composés A et B, on sait qu'à chaque minute, 60% du composé A ne réagit pas, le reste se transformant en B, tandis que seul 30% du composé B se transforme en A. Aucun autre composé n'est produit lors de la réaction. On considère deux suites de nombres réels  $(u_n)$  et  $(v_n)$  donnant les proportions des composés  $n$  minutes après le début de la réaction ( $n$  entier positif). On note  $P_n$  la matrice colonne égale à  $\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix}$ .

1. Montrer que  $P_{n+1} = MP_n$ , où  $M$  est une matrice carrée d'ordre 2 que l'on explicitera. En déduire que  $P_n = M^n P_0$ .
2. (a) Montrer que la matrice  $M$  est inversible ; donner son inverse  $M^{-1}$ .  
 (b) Après 3 minutes d'expérience, un dosage fait apparaître que la proportion de composé A est 42%. Retrouver les proportions initiales de chaque composé en début de réaction.

**Le travail à exposer devant le jury**

1. Comparez les compétences développées par les deux versions de l'exercice.
2. Proposez une correction de la question 2 du manuel telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale S.
3. Proposer deux ou trois exercices sur le thème des matrices.