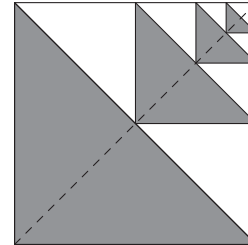


<b>DOSSIER An6</b>	<b>Thème : Suites</b>
--------------------	-----------------------

### L'exercice

En traçant la diagonale d'un carré de côté  $a$ , on obtient un triangle rectangle que l'on colore en gris, comme sur la figure ci-contre. On recommence de la même manière dans le quart en haut à droite du carré, et ainsi de suite...



Calculer l'aire de la partie grisée.

### Les réponses de deux élèves

#### Élève 1

Le carré a pour aire  $a^2$ . Le premier triangle gris a donc une aire de  $0,5a^2$ . Le deuxième triangle a des côtés deux fois plus petits et a donc une aire 4 fois plus petite donc  $0,25 \times 0,5a^2$ . De même pour le troisième et le quatrième qui ont pour aires respectives  $0,25 \times 0,25 \times 0,5a^2$  et  $0,25 \times 0,25 \times 0,25 \times 0,5a^2$ .  
Au final, l'aire grisée est de  $0,5a^2(1 + 0,25 + 0,25^2 + 0,25^3) = 0,6640625a^2$

#### Élève 2

Notons  $a_1$  l'aire du premier triangle. On a  $a_1 = \frac{1}{2}a^2$ . Les triangles sont tous des réductions du précédent avec un coefficient de  $\frac{1}{2}$  pour les longueurs et donc de  $\frac{1}{4}$  pour les aires. D'où, pour tout entier naturel  $n \geq 1$ , on a  $a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n$ , c'est donc une suite géométrique de premier terme  $\frac{1}{2}a^2$  et de raison  $\frac{1}{4}$ .  
Utilisons un algorithme pour trouver la somme de toutes ces aires quand le nombre de triangles devient très grand pour  $a = 1$  :

entrée	demandeur $n$
initialisation	aire prend la valeur 0,5 $S$ prend la valeur 0
traitement	pour $k$ allant de 1 à $n$ $S$ prend la valeur $S + \text{aire}$ aire prend la valeur $0,25 \times \text{aire}$ finpour
sortie	afficher $S$

Pour  $n = 10$  cet algorithme renvoie 0,6666660309 ; pour  $n = 50$  et pour  $n = 100$ , cet algorithme renvoie  $S = 0,666666667$ . On peut donc dire que l'aire grisée est  $\frac{2}{3}a^2$ .

### Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez les productions de ces deux élèves en étudiant notamment la pertinence de la démarche et des outils utilisés, ainsi que l'engagement dans une activité de recherche.
- 2- Proposez, en vous appuyant sur les productions des élèves, une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première scientifique.
- 3- Présentez deux ou trois exercices sur les *suites* dont l'un au moins fait appel à un algorithme. Vous préciserez les compétences visées par ces exercices.