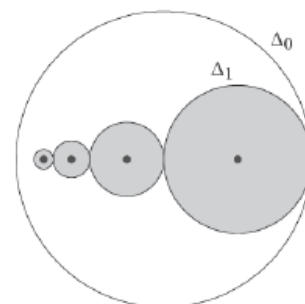


DOSSIER An7

Thème : Problèmes conduisant à l'étude de suites

On construit une suite de disques tangents $(\Delta_n)_{n \geq 0}$ comme sur la figure ci-contre. Deux disques consécutifs sont tangents et les centres de tous les disques sont alignés.

Le rayon de Δ_0 est R , celui de Δ_{n+1} est la moitié de celui de Δ_n . Montrer que tous les disques Δ_n sont situés à l'intérieur du disque Δ_0 .



Les réponses de deux élèves

Élève 1

Sur le tableur, j'ai calculé les rayons des disques et la somme pour $R = 1$ et $R = 2$.

| Disque | Rayon | Total | Disque | Rayon | Total |
|--------|----------|----------|--------|----------|----------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 2 | 0,5 | 1,5 | 2 | 1 | 3 |
| 3 | 0,25 | 1,75 | 3 | 0,5 | 3,5 |
| 4 | 0,125 | 1,875 | 4 | 0,25 | 3,75 |
| 5 | 0,0625 | 1,9375 | 5 | 0,125 | 3,875 |
| 6 | 0,03125 | 1,96875 | 6 | 0,0625 | 3,9375 |
| 7 | 0,015625 | 1,984375 | 7 | 0,03125 | 3,96875 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 20 | 1,91E-06 | 1,999998 | 20 | 3,81E-06 | 3,999996 |
| 21 | 9,54E-07 | 1,999999 | 21 | 1,91E-06 | 3,999998 |
| 22 | 4,77E-07 | 2 | 22 | 9,54E-07 | 3,999999 |
| 23 | 2,38E-07 | 2 | 23 | 4,77E-07 | 4 |
| 24 | 1,19E-07 | 2 | 24 | 2,38E-07 | 4 |
| 25 | 5,96E-08 | 2 | 25 | 1,19E-07 | 4 |
| 26 | 2,98E-08 | 2 | 26 | 5,96E-08 | 4 |

On voit donc que la somme ne dépasse pas deux fois le rayon, donc les disques sont intérieurs à Δ_0 .

Élève 2

Le rayon du 2^e disque est $\frac{R}{2}$, celui du 3^e disque est $\frac{R}{4}$..., celui du n^e disque est $\frac{R}{2^n}$.

Mais je ne sais pas calculer $R + \frac{R}{2} + \frac{R}{4} + \dots + \frac{R}{2^n}$.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence les compétences qu'il a acquises.
- 2- Proposez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première.
- 3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème des *suites* dont l'un au moins fera appel à une modélisation.