

Dossier An 10	Thème : Modélisation à l'aide de suites
----------------------	--

L'exercice

Au cours de son évolution, une tornade se déplace dans un corridor de quelques centaines de mètres de large sur quelques kilomètres de long.

DOCUMENT 1.

L'échelle de Fujita est une échelle servant à classer les tornades par ordre de gravité en fonction des dégâts qu'elles occasionnent. Une partie de cette échelle est présentée dans le tableau ci-dessous.

Catégorie	Vitesse des vents en km.h^{-1}	Dégâts occasionnés
F0	60 à 120	Dégâts légers : dégâts sur cheminées, arbres, fenêtres,...
F1	120 à 180	Dégâts modérés : automobiles renversées, arbres déracinés,...
F2	180 à 250	Dégâts importants : toits arrachés, hangars et dépendances démolis, ...
F3	250 à 330	Dégâts considérables : murs extérieurs et toits projetés, maisons et bâtiments de métal effondrés, forêts abattues, ...
F4	330 à 420	Dégâts dévastateurs : murs effondrés, objets en acier ou en béton projetés comme des missiles, ...
F5	420 à 510	Dégâts incroyables : maisons rasées ou projetées sur de grandes distances, murs extérieurs et toits arrachés sur de gros bâtiments, ...

DOCUMENT 2 :

À partir des mesures relevées lors d'observations de phénomènes semblables, des météorologues ont admis la règle suivante : « la vitesse des vents dans les tornades diminue régulièrement de 10 % toutes les 5 minutes ».

On appelle « durée de vie » d'une tornade le temps nécessaire, depuis sa formation, pour que la vitesse des vents devienne inférieure à 120 km/h

Lors de la formation d'une tornade, on a mesuré la vitesse des vents par un radar météorologique et on a trouvé une vitesse initiale de 420 km/h

1. Quinze minutes après la mesure initiale, quel type de dégâts cette tornade occasionnera-t-elle ?
2. Déterminer la durée de vie de cette tornade au sens défini dans le document 2.

Les réponses proposées par deux élèves de terminale STI2D

Elève 1 .

1. Toutes les 5 minutes, la vitesse des vents dans la tornade perd 10% de 420 soit 42 km/h
Donc , au bout de 15 minutes , la vitesse des vents sera égale à $420 - 126 = 294$ km/h
Les dégâts occasionnés par cette tornade seront considérables.

2. Pour déterminer la durée de vie de cette tornade, je dois résoudre l'équation :

$$420 - 42n = 120.$$

$$J'obtiens $n = \frac{300}{42} = \frac{50}{7} \approx 7,14$$$

Conclusion : la durée de vie de cette tornade est égale à environ 36 minutes .

Elève 2.

1. $420 \times 0,9^3 = 306,18$ km/h

Les dégâts occasionnés par cette tornade au bout de 15 minutes seront donc considérables.

2. Je cherche n tel que $420 \times 0,9^n \leq 120$ d'où $0,9^n \leq 0,285$ donc $\ln(0,9^n) \leq \ln(0,285)$

Alors $n \ln(0,9) \leq \ln(0,285)$

$$D'où $n \leq \frac{\ln(0,285)}{\ln(0,9)}$. Je trouve $n = 12$.$$

Conclusion : la durée de vie de cette tornade est environ de 60 minutes.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses réussites et l'origine de ses éventuelles erreurs.

2- A partir des réponses des deux élèves, proposez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale STI2D .

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *modélisation à l'aide de suites*. Vous prendrez soin de motiver vos choix.