

<b>Dossier An 14</b>	<b>Thème : Calculs d'intégrales par des méthodes variées</b>
----------------------	--

### L'exercice

Quelle est la valeur exacte de  $\int_0^1 \sqrt{x(1-x)} dx$  ?

*Nathan Terminale S 2012, collection Transmath, rubrique « prendre toutes les initiatives »*

### Les réponses de trois élèves

#### Elève 1.

*J'utilise ma calculatrice .*

*On a vu en effet qu'on peut toujours calculer une intégrale.*

*Je trouve que  $\int_0^1 \sqrt{x(1-x)} dx = 0,39266990817$*

#### Elève 2

*D'après le cours :*

*$\int_0^1 \sqrt{x(1-x)} dx = F(1) - F(0)$  si  $F$  est une primitive de la fonction  $\sqrt{x(1-x)}$  .*

*Les formules du cours ne me permettent pas de trouver  $F$ , donc , comme on l'a fait sur d'autres exercices, j'utilise un logiciel de calcul formel .*

*J'obtiens*

$$F(x) = 2 * \left(\frac{x}{4} - \frac{1}{8}\right) * (\sqrt{-x^2 + x}) + \frac{1}{8} * \text{asin}(2 * x * x - 1)$$

*Je ne vois pas comment continuer car je ne sais pas ce que représente la lettre  $a$  de  $\text{asin}$*

#### Elève 3

*Je sais qu'une intégrale représente une aire.*

*On a fait un exercice où on utilisait l'aire d'un cercle.*

*Sur ma calculatrice, j'ai tracé la courbe de la fonction  $\sqrt{x(1-x)}$  , avec  $x$  compris entre 0 et 1 (j'ai donc adapté la fenêtre) . Il me semble que cette courbe ressemble à la moitié d'une ellipse .*

*Sur wikipédia, je trouve que l'aire d'une ellipse est  $A = \pi \times \text{demi-grand axe} \times \text{demi-petit axe}$  mais je ne comprends pas cette formule.*

### Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez les productions de ces trois élèves en étudiant notamment la pertinence de la démarche et des outils utilisés, ainsi que l'engagement dans une activité de recherche.
- 2- Proposez, en vous appuyant sur les productions des élèves, une correction de cet exercice telle que vous la présenteriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème *calculs d'intégrales par des méthodes variées* .