

Dossier AN 9

Thème : Modélisation à l'aide de suites

### L'exercice

Le déficit d'une multinationale a été de 15 millions d'euros en 2014. L'équipe de direction décide de prendre des mesures afin de ramener ce déficit à moins de 5 millions d'euros. Jusqu'à ce que cet objectif soit atteint, cette équipe s'engage à ce que le déficit baisse de 8,6% tous les ans.

On définit la suite  $(u_n)$  de la manière suivante : on note  $u_n$  le déficit de l'année 2014 +  $n$ .

Ainsi  $u_0 = 15$ .

1. Montrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique, puis exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
2. Déterminer l'année à partir de laquelle l'engagement de l'équipe de direction, à savoir le déficit de la multinationale au - dessous de 5 millions d'euros, sera atteint.
3. On considère l'algorithme ci-dessous qui permet de retrouver le résultat de la question précédente.

<b>Variables</b>	$N$ un entier naturel $Q$ et $U$ deux nombres réels.
<b>Début</b>	$N$ prend la valeur 0 $Q$ prend la valeur 0,914 $U$ prend la valeur 15
	<b>Tant que ... faire</b>
	$N$ prend la valeur ...   $U$ prend la valeur ...
	<b>Fin Tant que</b> Afficher ...
<b>Fin</b>	

a. Compléter les lignes en pointillés afin que l'algorithme renvoie l'année à partir de laquelle le déficit sera ramené en dessous de 5 millions d'euros.

b. On suppose l'algorithme complété. Proposer une modification de l'algorithme afin que celui-ci affiche le montant du déficit de cette multinationale chaque année jusqu'à ce que celui-ci soit ramené au- dessous de 5 millions d'euros.

c. Calculer la somme des déficits sur onze ans à partir de l'année 2014 comprise.

d. Construire un algorithme qui donne cette somme en sortie.

### Les réponses proposées par des élèves de terminale STI 2D.

#### Elève 1

##### Question 1.

On a  $u_0 = 15$  et, comme le déficit baisse de 8,6% alors

$$u_1 = 15 \times (1 - 8,6\%) = 15 \times 0,914 = 13,71.$$

On fait pareil pour  $u_2$ . Donc la suite  $u_n$  est géométrique de raison 0,914.

**Elève 2**

**Question 2**

*J'utilise la calculatrice en mode récurrence pour calculer les 20 premiers termes de cette suite.  
Dans la table je constate que  $u_{12} = 5,09853$  et que  $u_{13} = 4,66006$   
Donc le déficit passe en dessous de 5 millions d'euros en  $2014 + 13 = 2027$*

**Elève 3**

**Question 2.**

*Comme  $u_n$  est géométrique de raison 0,914 alors  $u_n = 0,914^n \times 15$ .  
Donc il faut résoudre l'inéquation  $0,914^n \times 15 < 5$  soit  $0,914^n < \frac{1}{3}$ .  
Je passe au  $\ln$ , j'obtiens :  $\ln 0,914^n < \ln\left(\frac{1}{3}\right)$ .*

*D'où  $n \ln 0,914 < \ln\left(\frac{1}{3}\right)$  et donc  $n < \frac{\ln\left(\frac{1}{3}\right)}{\ln 0,914}$ . Je trouve  $n = 12,21\dots$   
Alors  $n = 13$ .*

**Le travail à exposer devant le jury.**

- 1-** Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses réussites et ses erreurs éventuelles.
- 2-** Présentez la correction de la question **3** de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale STI 2D.
- 3-** Présentez deux ou trois exercices sur le thème *Modélisation à l'aide de suites*. Vous prendrez soin de motiver vos choix.