

DOSSIER Div 7

Thème : Utilisation d'un tableur

L'exercice

Voici un problème proposé par Leonhard Euler dans son ouvrage *Introduction à l'analyse infinitésimale* (1748, traduction de J-B. Labey, 1796).

Un particulier doit 400 000 florins, dont il est convenu de payer tous les ans l'intérêt à 5 pour cent ; il acquitte tous les ans 25 000 florins ; on demande après combien d'années la dette sera entièrement éteinte.

Les comptes rendus de trois élèves de lycée

Elève 1

Les intérêts représentent chaque année 20 000 florins. Sur les 25 000 florins acquittés chaque année, 5 000 florins servent au remboursement.

400 000 ÷ 5 000 = 80, la dette sera éteinte au bout de 80 ans.

Vous m'avez demandé si j'étais bien sûr, mais je pense que c'était un piège, je pense que j'ai la bonne réponse.

Elève 2

*J'ai utilisé le tableur. En B2, j'ai rentré $\boxed{=400000}$. En C2, j'ai rentré $\boxed{=25000}$, en D2, $\boxed{=0,05*B2}$, en E2 $\boxed{=C2-D2}$ et en B3, $\boxed{=B2-E2}$. Après j'ai utilisé la poignée de recopie.*

Je m'aperçois qu'au début de la 34^{ème} année, la somme restant à payer est négative. Le particulier remboursera donc pendant 33 ans, et il aura un petit bonus la dernière année.

Elève 3

En cherchant avec le tableur, j'ai vu que la somme payée par le particulier qui n'est pas mangée par les intérêts forme une suite géométrique de raison 1,05 !!! J'ai vérifié en faisant le quotient pour les dix premiers termes et en demandant 12 chiffres d'affichage (avec plus, cela aurait marché aussi).

J'ai ensuite utilisé la formule du cours, et ça m'a amené à :

$$5000 \times \frac{1,05^n - 1}{1,05 - 1} = 40000$$

et je suis resté bloqué là, même si vous m'avez dit de réfléchir, je n'ai pas trouvé.

Le travail à exposer devant le jury

- 1.** Analysez les productions d'élèves au regard des programmes officiels, en mettant notamment en évidence leur capacité à *chercher, expérimenter, modéliser, raisonner et démontrer*.
- 2.** Proposez une démonstration aboutie telle que vous la présenteriez devant une classe, dont vous préciserez le niveau.
- 3.** Proposez deux ou trois problèmes où l'utilisation d'un tableur est pertinente.