

DOSSIER Divers 9	Thème Graphes
---------------------	----------------------

L'exercice proposé au candidat Il s'agit de modéliser et résoudre le problème du paysan qui doit faire traverser une rivière à un loup, un chou et une chèvre. En la présence du paysan, le loup ne mange pas la chèvre et la chèvre ne mange pas le chou. Mais la barque n'a de place que pour le paysan et un occupant parmi le loup, le chou et la chèvre.

Le paysan peut-il faire traverser le loup, le chou et la chèvre, et si oui, comment ?

Éléments de réponses d'élèves.

1. Je modélise la situation par un graphe dont les sommets sont définis par les objets sur la rive gauche, dans la barque et sur la rive droite. Sur la rive gauche il peut y avoir, rien (c'est ce qu'on désire), le loup, le chou, la chèvre, le loup et le chou, et les trois (c'est la position de départ) soit 6 choix. Sur la barque, il peut y avoir rien, le loup, le chou, la chèvre, soit 4 choix. Sur la rive de droite il y a 6 choix, comme sur la rive de gauche, mais on y met ce qu'il reste car ces choix ne sont pas indépendants. En faisant un arbre de ces choix, je vois qu'il y a en tout $4+3\times 3+2+1 = 16$ sommets à mon arbre. Je les dessine et les relie entre eux pour trouver la solution. Je vois que le graphe n'est pas en un seul morceau, il faudrait rajouter des sommets comme (chou+chèvre,rien,loup) et (loup,rien,chèvre+chou), qui ne sont pas autorisés. Il n'y a donc pas de solution.
2. Le loup et le chou ont la même incompatibilité avec la chèvre, les configurations sont donc symétriques entre le loup et le chou. Il y a aussi bien-sûr la symétrie droite/gauche. Le graphe doit refléter ces deux symétries. En particulier le chemin, qui commence et finit forcément par faire traverser la chèvre, il faut donc qu'il y ait encore une traversée de la chèvre, et enfin une traversée pour le loup et pour le chou, il faut donc au moins cinq traversées.
3. $LCO|\emptyset \rightarrow LO|C \rightarrow O|LC \rightarrow LO|C \rightarrow L|CO \rightarrow LC|O \rightarrow C|LO \rightarrow \emptyset|LCO$.

Le travail à exposer devant le jury

1. Analysez les réponses proposées par les élèves en mettant en évidence la pertinence de leur démarche, l'origine des éventuelles erreurs et les moyens d'y remédier.
2. Proposez une correction du problème tel que vous l'exposeriez devant une classe de Terminale ES.
3. Proposer trois exercices sur le thème des graphes.