

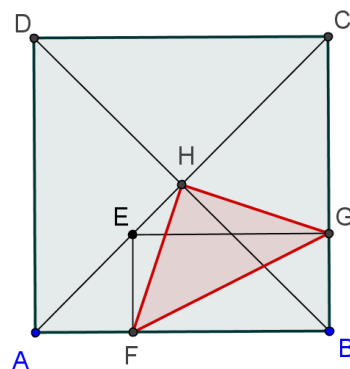
DOSSIER Geo 14	Thème : Produit scalaire : applications à l'étude de configurations
-----------------------	--

L'exercice

ABCD est un carré de côté a et de centre H. E est un point de [AC] distinct de A et C.

On note F le projeté orthogonal de E sur [AB] et G le projeté orthogonal de E sur [BC].

Démontrer que le triangle FGH est rectangle isocèle en H.



La solution proposée par un élève

Cet exercice a été proposé en devoir à la maison. Voici la solution proposée par un élève.

Pour montrer que le triangle HFG est rectangle en H, il faut montrer que $\overrightarrow{HF} \cdot \overrightarrow{HG} = 0$.

Je décompose les vecteurs \overrightarrow{HF} et \overrightarrow{HG} à l'aide de la relation de Chasles pour montrer que ce produit scalaire est nul.

On a : $\overrightarrow{HF} \cdot \overrightarrow{HG} = (\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BF}) \cdot (\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BG}) = HB^2 + HB \times BG \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + BF \times HB \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + 0$ d'où :

$\overrightarrow{HF} \cdot \overrightarrow{HG} = HB^2 + HB \times (BG + BF) \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ et j'obtiens : $\overrightarrow{HF} \cdot \overrightarrow{HG} = HB^2 + HB \times a \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Je pense que je me suis trompé car cette somme ne peut pas être nulle, je ne vois pas mon erreur.

J'admets que $\overrightarrow{HF} \cdot \overrightarrow{HG} = 0$, donc que le triangle FHG est rectangle.

Je montre maintenant qu'il est isocèle.

Je dois utiliser le théorème d'Al Kashi (dans les triangles BFH et BGH) pour calculer les longueurs HF et HG.

J'obtiens : $HF^2 = HB^2 + BF^2 - \sqrt{2} \times HB \times BF$ et $HG^2 = HB^2 + BG^2 - \sqrt{2} \times HB \times BG$.

Je ne vois pas comment continuer pour démontrer que $HF = HG$, les calculs sont trop compliqués !

Le travail à exposer devant le jury

- 1) Analysez la production d'élève, en particulier la pertinence de la démarche engagée et l'origine de ses erreurs.
- 2) En vous appuyant sur la démarche de l'élève, proposez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première scientifique.
- 3) Proposez une autre méthode pour résoudre cet exercice.
- 4) Proposez deux ou trois exercices sur le thème : « **Produit scalaire : applications à l'étude de configurations.** »